

Interrogation 3 : Espaces euclidiens

Durée : 30 minutes - 4 questions.

Le 18 octobre 2022

Question 1. Reformuler la phrase suivante en utilisant un formalisme mathématique : “Une projection qui n’est pas l’identité n’est pas une isométrie.”

.....
.....
.....
.....

Question 2. Répondre par vrai ou faux et argumenter par une démonstration ou un contre-exemple.

1. Deux matrices congruentes sont semblables.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Il existe deux réflexions dont la composée est une réflexion.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

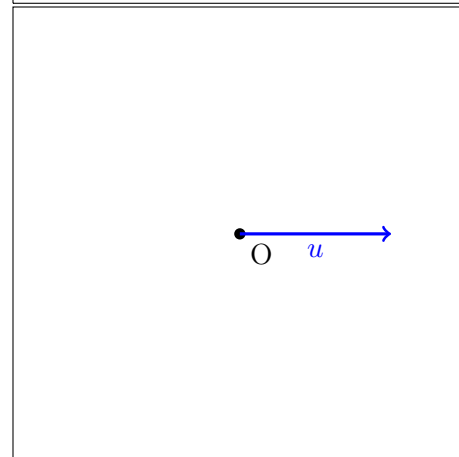
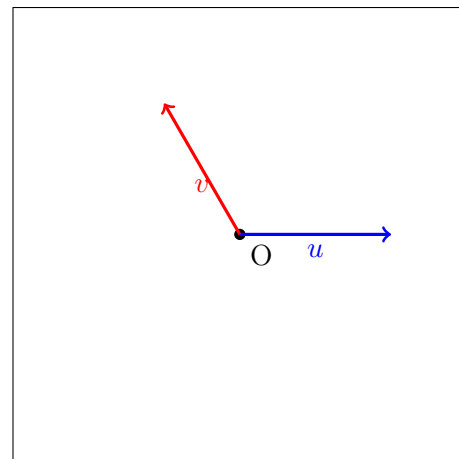
Question 3. Pour tout t , on note r_t la rotation de \mathbb{R}^2 d'angle t .

1. Le vecteurs v est l'image de u par une rotation r_θ d'angle θ . Construisez deux réflexions s_1, s_2 telles que $r_\theta = s_2 \circ s_1$. Représentez l'action de s_1 sur u et de s_2 sur $s_1(u)$.

.....

2. Représentez géométriquement l'action de la transformation $s_1 \circ r_\theta \circ s_1^{-1}$ sur le vecteur u . Quel type de transformation est $s_1 \circ r_\theta \circ s_1^{-1}$? Justifiez.

.....



Question 4. Pour tous $x, y \in \mathbb{R}^2$, on pose $\langle x, y \rangle := 2x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$.

1. Montrez que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est un produit scalaire sur \mathbb{R}^2 .

.....

2. Soient $e_1 = (3, 1)$ et $e_2 = (1, 0)$. Utilisez l'algorithme d'orthogonalisation de Gram-Schmidt pour construire une base de \mathbb{R}^2 orthonormée pour $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

.....

3. Dédurre de ce qui précède une équation de droite de $\mathbb{R}e_1$.

.....

