

**Devoir Surveillé n°2 de Géométrie**  
**Jeudi 6 janvier 2022 - Durée de l'épreuve : 2 heures**

**Consignes.** Veuillez bien lire et respecter les consignes suivantes :

- Les calculatrices, documents et téléphones portables sont interdits.
- Tous les exercices sont indépendants et peuvent donc être traités dans un ordre quelconque.
- Dans un exercice donné, certaines questions sont indépendantes mais doivent être rédigées dans l'ordre.
- Toutes les réponses doivent être justifiées soigneusement.
- La qualité de la rédaction des raisonnements et des calculs sera pris en compte dans la notation.
- Les figures demandées doivent être tracées avec soin à la règle.

**Exercice 1.** Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points  $A \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $B \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $C \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

- 1) Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .
- 2) Calculer le produit scalaire  $\langle \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC} \rangle$ .
- 3) Calculer les longueurs  $BA$  et  $BC$ .
- 4) (a) Exprimer  $\cos(\widehat{ABC})$  en fonction  $\langle \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC} \rangle$ ,  $BA$  et  $BC$ .  
 (b) En déduire la valeur exacte de  $\cos(\widehat{ABC})$ .  
 (c) Quelle est la nature de l'angle  $\widehat{ABC}$  (aigu, obtus, droit) ?
- 5) Quelle est la nature du triangle  $ABC$  (isocèle, équilatéral, rectangle) ? On fera une figure.

**Exercice 2.** Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points  $A \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $B \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $C \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Soient  $I$ ,  $J$  et  $K$  les milieux respectifs des côtés  $[AB]$ ,  $[AC]$  et  $[BC]$ .

- 1) Déterminer les coordonnées des points  $I$ ,  $J$  et  $K$ .
- 2) Dans une figure, placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  puis tracer le triangle  $ABC$ . Placer les points  $I$ ,  $J$  et  $K$  puis tracer les droites  $(AK)$ ,  $(BJ)$  et  $(CI)$ . Que peut-on conjecturer en ce qui concerne ces trois droites ?

Dans la suite de l'exercice, on se propose de démontrer cette conjecture.

- 3) (a) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AK)$ .  
 (b) Vérifier que  $7x + 9y - 45 = 0$  est une équation cartésienne de la droite  $(BJ)$  et que  $x - 6y + 13 = 0$  est une équation cartésienne de la droite  $(CI)$ .  
 (c) Montrer que les droites  $(CI)$  et  $(BJ)$  sont sécantes et calculer les coordonnées du point d'intersection noté  $G$ .  
 (d) Démontrer la conjecture.
- 4) Déterminer le vecteur  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ .

**Exercice 3.** Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $B \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$ .

- (a) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .
- (b) Soit  $I$  le milieu du segment  $[AB]$ . Déterminer les coordonnées de  $I$ .
- (c) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $\mathcal{D}$  passant par  $I$  et perpendiculaire à  $(AB)$ .

**Exercice 4.** Soit  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan. Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  deux vecteurs du plan.

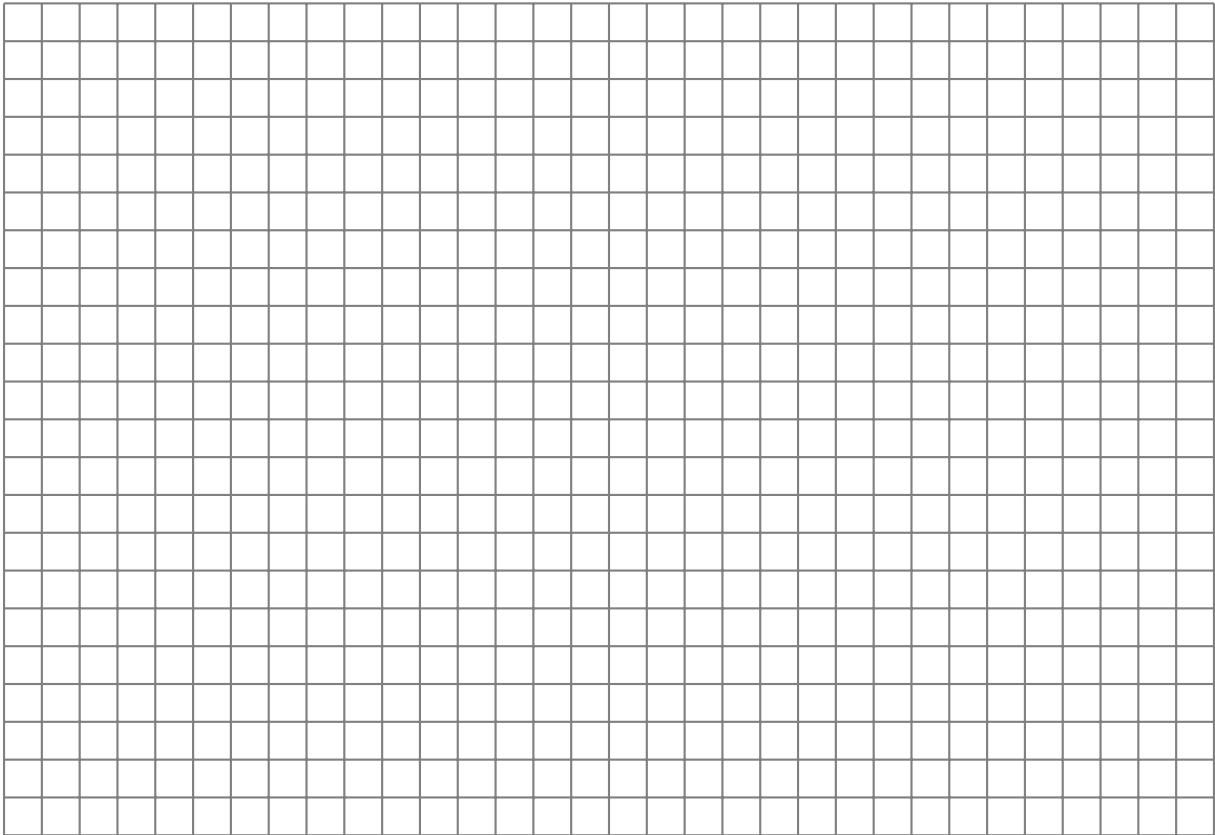
- 1) Montrer que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base du plan.
- 2) On considère le vecteur  $\vec{a} = -3\vec{u} + 5\vec{v}$ . Quelles sont les coordonnées de  $\vec{a}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  ?
- 3) On considère le vecteur  $\vec{b} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Quelles sont les coordonnées de  $\vec{b}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$  ?
- 4) Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils orthogonaux ? Sinon déterminer un vecteur  $\vec{w}$  orthogonal à  $\vec{u}$ .

Nom et prénom : .....

## Annexe

**Consignes.** Vous pouvez réaliser vos figures dans les graphiques ci-dessous.

**Figure 1.**



**Figure 2.**

