

TD SEMAINE 2 : MODÉLISATION PAR DES SYSTÈMES LINÉAIRES

L'objectif de la semaine est de travailler la modélisation, c'est-à-dire la capacité à traduire un problème concret en problème mathématique, dans le cadre des systèmes d'équations.

Considérons l'énoncé suivant :

Un bar offre de la bière blonde à 8€ le litre, et de la bière ambrée à 12€ le litre.
Un groupe d'amis consomme au total 2,5 litres de bière, et a payé 23€. Combien ont-ils consommé de chaque type de bière ?

QUE CHERCHE-T-ON ?

La première question à se poser est la suivante : que veut-on savoir ? Ici, ce sont la quantité de bière blonde consommée, et la quantité de bière ambrée. On va leur donner un nom :

- a : volume de bière ambrée consommée, en litres.
- b : volume de bière blonde consommée, en litres.

a et b seront nos inconnues. Si possible, il est utile de nommer l'inconnue de façon à faire le lien avec l'objet qu'elle désigne ; ici, on a pris les initiales d'"ambrée" et de "blonde". Cela évitera de les confondre par la suite.

QUE SAIT-ON ?

L'énoncé introduit deux types de grandeurs : des volumes et des prix. Ces grandeurs nous apportent des informations sur a et b . Je conseille de traiter chacune de ces grandeurs séparément, à l'aide d'identités comptables. Par exemple :

$$\text{Volume de bière} = \text{Volume de bière ambrée} + \text{Volume de bière blonde}$$

Afin de clarifier votre raisonnement, il peut être *très* utile d'écrire explicitement de telles égalités. Ensuite, on remplace chaque terme ou bien par des données de l'énoncé, ou bien par une expression dépendant des inconnues a et b . Ici :

- Volume de bière : 2,5 litres.
- Volume de bière ambrée : a litres.
- Volume de bière blonde : b litres.

L'équation précédente devient donc :

$$a + b = 2,5$$

On fait de même avec les prix.

$$\text{Coût total} = \text{Coût de la bière ambrée} + \text{Coût de bière blonde}$$

De plus,

- Coût total : 23€.
- Coût de la bière ambrée : $12a$ € (on a a litres, à 12 euros le litre).
- Coût de bière blonde : $8b$ € (on a b litres, à 8 euros le litre).

Par conséquent :

$$12a + 8b = 23$$

Ainsi, a et b sont solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} a + b &= 2,5 \\ 12a + 8b &= 23 \end{cases}$$

CONCLUSION

Il reste encore à résoudre ce système ; en utilisant les méthodes de la semaine passée, on trouve $a = 0,75$ et $b = 1,75$. Enfin, on peut conclure : le groupe a consommé 0,75 litres de bière ambrée et 1,75 litres de bière blonde.