

TD SEMAINE 12 : PARAMÈTRES DE DISPERSION

L'objectif de la semaine est de savoir calculer des paramètres de dispersion, et en particulier l'écart-type. Considérons l'énoncé suivant :

Une étude statistique du lectorat d'une revue a permis d'obtenir les données suivantes :

Âge (en années)	[10,50[[50,60[[60,70[[70,90[
Fréquence (en %)	20	20	30	30

Quel est l'écart-type de l'âge du lectorat ?

MOYENNE

Commençons par calculer la moyenne, on détermine la valeur centrale de chaque classe :

Âge (en années)	[10,50[[50,60[[60,70[[70,90[
Valeur centrale (en années)	30	55	65	80
Fréquence (en %)	20	20	30	30

La moyenne suit directement :

$$0,20 \times 30 + 0,20 \times 55 + 0,30 \times 65 + 0,30 \times 80 = 60,5.$$

L'âge moyen du lectorat est donc de 60,5 ans.

VARIANCE

Nous allons maintenant calculer la variance de l'âge. Pour cela, nous remplaçons là encore chaque classe par sa valeur centrale, et calculons successivement les écarts à la moyenne, les carrés des écarts à la moyenne, et la moyenne des carrés des écarts à la moyenne (c'est-à-dire la variance).

Âge (en années)	[10,50[[50,60[[60,70[[70,90[
Valeur centrale (en années)	30	55	65	80
Écart à la moyenne (en années)	$30 - 60,5 = -30,5$	-5,5	4,5	19,5
Carrés des écarts à la moyenne (en années ²)	$(-30,5)^2 = 930,25$	30,25	20,25	380,25
Fréquence (en %)	20	20	30	30

On calcule donc la variance, qui est la moyenne de l'avant-dernière ligne du tableau :

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= 0,2 \times 930,25 + 0,2 \times 30,25 + 0,3 \times 20,25 + 0,3 \times 380,25 \\ &= 312,25\end{aligned}$$

La variance est donc de 312,25 années².

ÉCART-TYPE

L'écart-type est la racine carrée de la variance :

$$\sigma = \sqrt{312,25} = 17,7$$

L'écart-type est donc de 17,7 ans.

Remarque : Si l'on ajoutait le terme correctif apparaissant dans le polycopié de cours, on trouverait une variance de 353,08 années², et donc un écart-type de 18,8 ans. La différence avec la valeur calculée précédemment est faible. Il est donc justifié de ne pas ajouter ce terme.