

COURS 3 : ÉVOLUTION À TAUX CONSTANT

On s'intéresse à une grandeur qui dépend du temps, comme par exemple :

- la population d'une ville, d'une région, d'un pays ;
- le nombre de clients d'une entreprise ;
- l'argent placé sur un compte dédié...

On se donne une période de référence : une semaine, un mois, une année...

Soit y_0 la valeur de cette grandeur au début d'une période et y_1 celle à la fin. On dit que cette valeur a cru d'un taux t si :

$$y_1 = (1 + t)y_0.$$

Attention à convertir les pourcentages : un taux de 30% correspond à $t = 30/100$.

Soit y_n la valeur après n périodes (par exemple, la population d'une ville n mois après le 1er janvier 2020, ou l'argent sur un compte l'année $2020 + n$). On dit que (y_n) **évolue à taux constant** si elle a le même taux de croissance à chaque période.

$$y_0 \xrightarrow{1+t} y_1 = y_0(1+t) \xrightarrow{1+t} \dots \xrightarrow{1+t} y_n = y_0(1+t)^n$$

Si (y_n) suit une évolution à taux constant t , alors :

$$(0.1) \quad y_n = y_0(1+t)^n.$$

On appelle $(1+t)$ le coefficient multiplicateur. Si on connaît deux des trois grandeurs y_0 (valeur initiale), y_n (valeur finale) et t (taux d'évolution), on peut en déduire la troisième.

Attention : le taux dépend de la période choisie ! Un taux de 10% par mois n'est pas la même chose qu'un taux de 10% par an. Dans la formule ci-dessus, il faut rester cohérent : si n est en mois, t est le taux mensuel ; si n est en années, t est le taux annuel.

VALEURS DE n

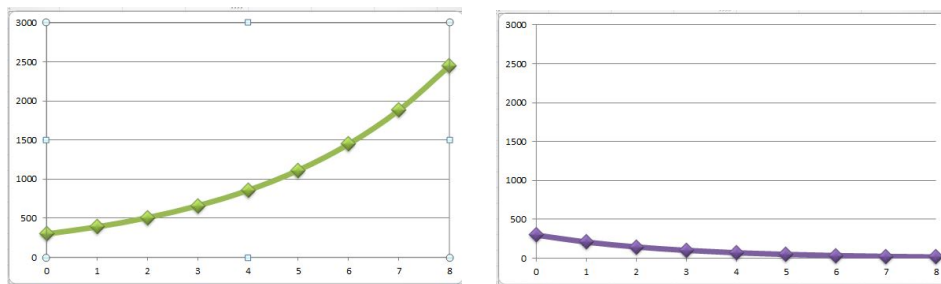
Comme vu dans le cours précédent, la valeur de n peut être décimale. Cela permet de calculer l'évolution après un nombre de périodes non entier. Par exemple, si le taux de croissance annuel est de 30%, alors on peut calculer l'évolution après 1 an et 6 mois = 1,5 ans :

$$y_{1,5} = y_0 \times 1,3^{1,5}.$$

Comme vu dans le cours précédent, la valeur de n peut aussi être négative. Cela permet de retrouver la valeur de y_n dans le passé.

REPRÉSENTATION

Enfin, si $t > 0$, alors (y_n) croît (taux de croissance positif), d'autant plus vite que t est élevé ; si $-1 < t < 0$, alors (y_n) décroît (taux de croissance négatif). Dans ce cours, la valeur de t ne sera jamais inférieure à $-1 = -100\%$.



Graphes de (y_n) pour un taux de croissance $t = 30\%$ (à droite) et $t = -30\%$ (à gauche).