
Feuille d'exercices n° 1

Espaces de probabilité

Exercice 1. On lance deux dés à 6 faces (non pipés). On note le nombre de points (1, 2, 3, 4, 5 ou 6) qui apparaît sur la face supérieure de chaque dé. Décrire l'ensemble Ω des résultats possibles et la probabilité P associée à cette expérience. Donner la probabilité d'obtenir :

- a) un double,
- b) exactement un nombre pair,
- c) au plus un nombre pair,
- d) deux nombres qui se suivent.

Exercice 2. On considère $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$. Parmi les choix suivants, quels sont ceux qui donnent une probabilité P sur Ω ?

- a) $P(1) = 1/4, P(2) = 3/8, P(3) = 1/16, P(4) = 3/16.$
- b) $P(1) = 0, P(2) = 1/3, P(3) = 1/6, P(4) = 1/2.$
- c) $P(1) = 1/5, P(2) = 1/4, P(3) = 1/3, P(4) = 1/2.$
- d) $P(1) = 1/4, P(2) = 1/2, P(3) = -1/4, P(4) = 1/2.$

Indépendance, probabilités conditionnelles

Exercice 3. Aurore arrive en retard en cours avec une probabilité $\frac{1}{2}$. Elle ne va pas en cours avec une probabilité $\frac{1}{4}$. Aujourd'hui, le cours commence sans elle. Quelle est la probabilité qu'elle vienne aujourd'hui ?

Exercice 4. Deux chasseurs aperçoivent simultanément un lapin et tirent en même temps. La probabilité que le premier tue le lapin est $4/5$, celle du second est $3/4$. Quelle est la probabilité que le lapin soit tué ?

Exercice 5. Une personne lance deux dés à 6 faces (non pipés) et dit qu'elle a obtenu au moins un nombre pair. Quelle est la probabilité que les deux nombres obtenus soient pairs ?

Exercice 6. On a décelé une probabilité de 0,01 pour qu'un enfant soit atteint par une maladie M. La probabilité qu'un enfant qui n'est pas atteint par M ait une réaction négative à un test est de 0,9. S'il est atteint par M, la probabilité qu'il ait une réaction positive à ce test est de 0,95.

Quelle est la probabilité qu'un enfant pris au hasard ait une réaction positive au test ? Quelle est la probabilité qu'un enfant pris au hasard et ayant une réaction positive soit atteint par M ?

Probabilités d'un événement, dénombrement

Exercice 7. On tire simultanément 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'avoir exactement 3 rois ?

Exercice 8. Une urne contient une boule rouge, 3 boules vertes et 16 boules blanches. La boule rouge permet de gagner 10 euros, chaque boule verte permet de gagner 5 euros et les boules blanches ne rapportent rien. Un joueur tire simultanément 3 boules.

- a) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge et 2 boules blanches ?
- b) Quelle est la probabilité pour que ce joueur gagne exactement 10 euros ?

Exercices supplémentaires

Exercice 9. Dans la salle des profs du collège, 60% sont des femmes; une femme sur trois porte des lunettes et un homme sur deux porte des lunettes. Quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une femme ?

Exercice 10. En cas de migraine, trois patients sur cinq prennent de l'aspirine, deux sur cinq prennent un médicament M présentant davantage d'effets secondaires. Avec l'aspirine, 75% des patients sont soulagés. Avec le médicament M, 90% des patients sont soulagés.

- Quel est le taux global de personnes soulagées ?
- Quel est la probabilité pour un patient d'avoir pris de l'aspirine sachant qu'il est soulagé ?

Exercice 11. On lance trois dés à 6 faces (non pipés). Calculer la probabilité d'avoir :

- trois 3.
- deux 2 et un 1.
- un 1, un 3, un 5.
- la somme des points égale à 9.
- la somme des points égale à 10.

Remarque : Les calculs d) et e) ont été effectués à l'origine par Galilée pour montrer qu'on obtient des probabilités différentes dans ces deux cas.

Exercice 12. Les trois mousquetaires et d'Artagnan (donc quatre personnes) ont mélangé leurs bottes dans le couloir de l'auberge. D'Artagnan se lève le premier et prend deux bottes au hasard. Calculer la probabilité pour que :

- Les deux bottes soient les siennes.
- Les deux bottes forment une paire (une paire est la réunion d'un pied droit et d'un pied gauche).
- Les deux bottes soient deux pieds droits.
- Les deux bottes appartiennent à deux personnes différentes.

Exercice 13. Quand on joue au loto, on choisit 5 nombres différents (dits "numéros principaux") entre 1 et 49, plus un numéro chance, qui est un nombre entre 1 et 10. Ensuite a lieu le tirage du loto, qui consiste à choisir au hasard les 5 numéros principaux et le numéro chance (le tirage n'est pas biaisé, autrement dit les tirages sont équiprobables).

Quelle est la probabilité d'avoir :

- les 5 bons numéros principaux ?
- 4 bons numéros parmi les 5 numéros principaux ?
- 4 bons numéros parmi les 5 numéros principaux et le bon numéro chance ?

Exercice 14. On tire simultanément 6 cartes dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'avoir exactement 2 dames et 3 trèfles ?