

Examen de maths discrètes

12 janvier 2012 – Durée : 2 heures

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

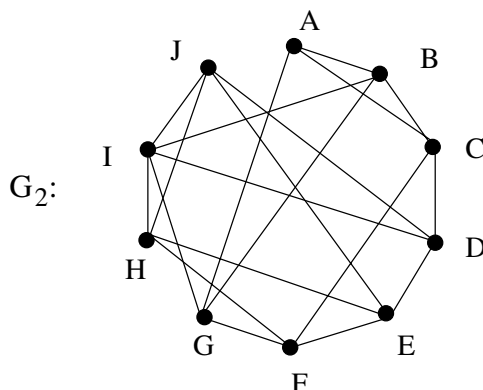
Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1.

- Existe-t-il un graphe simple à 6 sommets dont les degrés des sommets sont 1, 2, 2, 3, 3, 4 ?
- Existe-t-il un graphe simple à 6 sommets dont les degrés des sommets sont 1, 1, 2, 4, 4, 6 ?

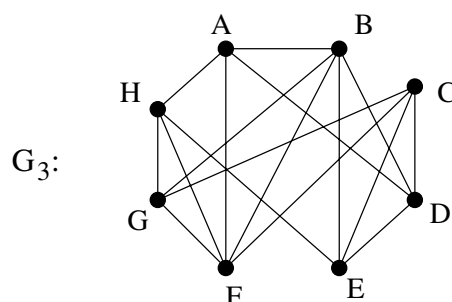
Exercice 2. On considère le graphe G_2 ci-dessous.

- Quelle est la distance entre les sommets A et E ? Donnez tous les chemins de longueur minimale entre A et E.
- Le graphe G_2 a-t-il un chemin eulérien ? Si oui, donnez-en un. A-t-il un cycle eulérien ?
- Peut-on ajouter une arête au graphe G_2 de façon à obtenir un nouveau graphe ayant un cycle eulérien ?

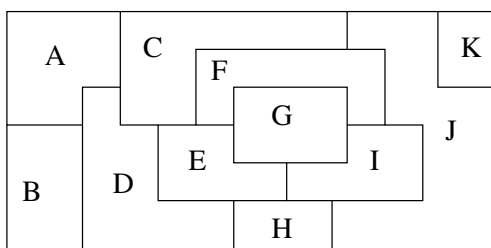


Exercice 3. On considère le graphe G_3 ci-contre.

- Le graphe G_3 a-t-il un cycle hamiltonien ?
- Le graphe G_3 a-t-il un cycle eulérien ? Quel est le nombre maximal d'arêtes que peut contenir un chemin fermé ne passant pas deux fois par une même arête ?

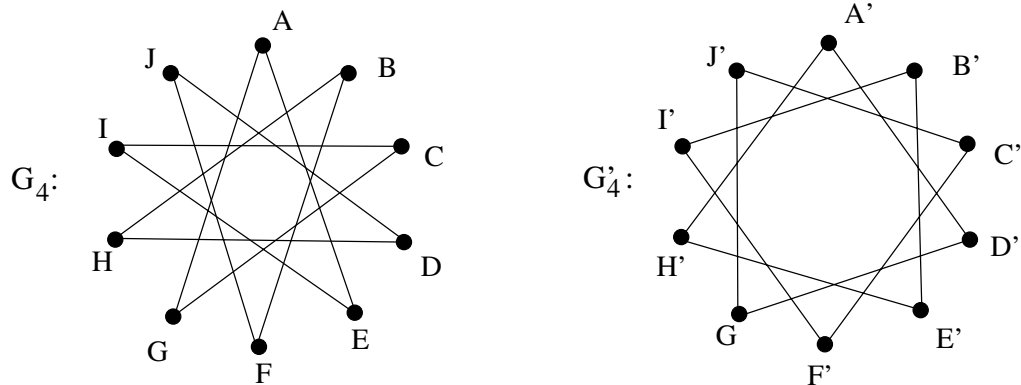


Exercice 4. On veut colorier la carte ci-dessous de façon que deux régions ayant une frontière commune n'aient pas la même couleur. Quel est le nombre minimal de couleurs qu'il faut utiliser ? Donnez une façon de colorier la carte.



Exercice 5.

- a) Les graphes G_4 et G'_4 sont-ils connexes ?
 b) Les graphes G_4 et G'_4 sont-ils isomorphes ?



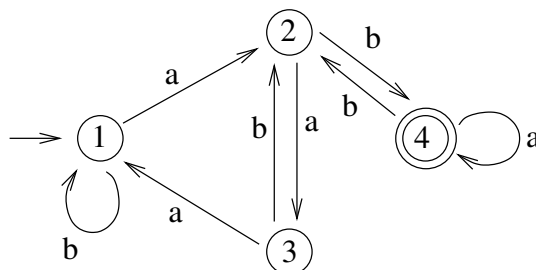
Exercice 6. Un magasin d'animaux vend 9 espèces de poissons. Certaines espèces peuvent cohabiter dans un même aquarium, d'autres non. On représente par une croix dans le tableau ci-dessous les espèces de poissons pouvant être mises dans un même aquarium.

On cherche le nombre minimal d'aquariums nécessaires pour mettre tous les poissons. Modélisez d'abord la situation par un graphe, traduisez la questions en termes de graphes, puis donnez le nombre minimal d'aquariums nécessaires et indiquez une répartition possible des poissons dans les aquariums.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
P1				x		x		x	x
P2			x			x	x	x	x
P3		x		x			x	x	x
P4	x		x		x	x		x	x
P5				x		x			
P6	x	x		x	x		x		x
P7		x	x			x		x	
P8	x	x	x	x			x		
P9	x	x	x	x		x			

Exercice 7.

- a) On considère l'automate ci-dessous. Les mots "aaa", "aba", "abab", "aabb" sont-ils reconnus par cet automate ?



- b) Représentez un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$ reconnaissant les mots finissant deux fois par la même lettre (c'est-à-dire finissant soit par "aa", soit par "bb").

Barème indicatif : 2 - 4,5 - 3,5 - 2 - 2 - 3 - 3

Le corrigé sera mis sur Dokeos.