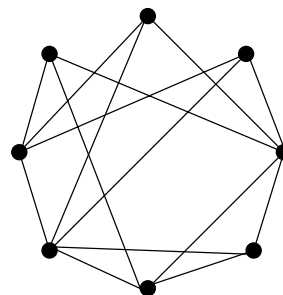
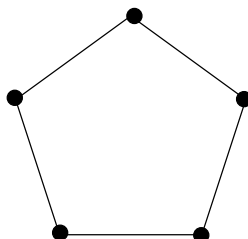
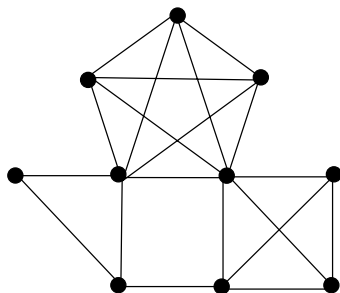


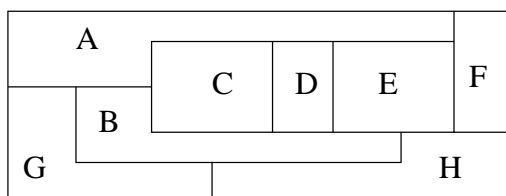
### Feuille d'exercices n° 11

**Exercice 1.** Pour chacun des graphes suivants :

- indiquez un sous-graphe complet ayant le plus grand nombre possible de sommets,
- calculez  $r + 1$ , où  $r$  est le plus grand degré des sommets,
- trouvez le nombre chromatique.



**Exercice 2.** Voici la carte du pays de Quadratie avec ses 8 régions A, B, C, D, E, F, G et H. On veut colorier cette carte de telle manière que deux régions frontalières aient des couleurs différentes. Combien de couleurs au minimum faut-il utiliser ?



**Exercice 3.** Pendant un festival, on veut organiser des tournois de Scrabble (S), échecs (E), go (G), dames (D), tarot (T) et bridge (B). Plusieurs personnes se sont inscrites à la fois pour les tournois E, S, G, d'autres personnes pour les tournois G, D, B, et enfin d'autres personnes pour les tournois B, T, S. Il est entendu qu'une participation simultanée à plusieurs tournois est impossible et que les organisateurs veulent satisfaire tout le monde.

- a) Quel est le nombre maximum de tournois qui pourraient se dérouler en même temps ?
- b) En sachant que chaque tournoi doit durer au maximum 3 heures, proposer un horaire des tournois nécessitant une durée minimale et respectant bien sûr les choix des participants.

**Exercice 4.** On installe 7 nichoirs à oiseaux dans un parc. Les distances mutuelles (en mètres), entre les nichoirs sont données dans le tableau ci-dessous. Deux nichoirs situés à moins de 100 mètres ne peuvent pas être occupés par la même espèce d'oiseaux. Trois espèces d'oiseaux vivent dans le parc. Est-ce que tous les nichoirs peuvent être occupés ? Sinon, quel est le nombre maximum de nichoirs qui peuvent être occupés ? Modéliser d'abord le problème en termes de graphes, puis répondre aux questions.

	<i>N</i> 2	<i>N</i> 3	<i>N</i> 4	<i>N</i> 5	<i>N</i> 6	<i>N</i> 7
<i>N</i> 1	55	110	108	60	150	88
<i>N</i> 2		87	142	133	98	139
<i>N</i> 3			77	91	85	93
<i>N</i> 4				75	114	82
<i>N</i> 5					107	41
<i>N</i> 6						123

## Exercices supplémentaires

**Exercice 5.** Une université doit organiser des examens. On suppose qu'il y a 7 épreuves de même durée à planifier, correspondant aux cours numérotés de 1 à 7, et que les paires de cours suivantes ont des étudiants en commun : 1 et 2, 1 et 3, 1 et 4, 1 et 7, 2 et 3, 2 et 4, 2 et 5, 2 et 7, 3 et 4, 3 et 6, 3 et 7, 4 et 5, 4 et 6, 5 et 6, 5 et 7, 6 et 7. Comment organiser ces épreuves de façon à ce qu'aucun étudiant n'ait à passer deux épreuves en même temps, et cela sur une durée minimale ?

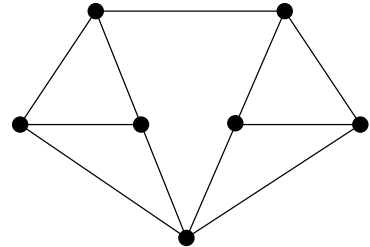
**Exercice 6.** Un groupe de 8 personnes doit participer à deux réunions. A la première réunion, ils sont tous assis autour d'une table ronde. Comme l'entente est totale, pour la seconde réunion, chacun des participants, non seulement ne veut pas se retrouver à côté de l'un ou l'autre de ses voisins, mais ne veut pas non plus qu'ils soient assis à la même table.

a) Combien de tables au minimum seront alors nécessaires ? Combien de personnes au maximum pourront s'asseoir à une même table ?

b) On suppose maintenant qu'il y a 9 participants et que l'entente est tout aussi cordiale. Que se passera-t-il alors ?

**Exercice 7 \*.**

Trouvez le nombre chromatique du graphe ci-contre.



**Exercice 8 \*.** On se donne  $n$  points dans l'espace. Certains sont reliés par des segments, d'autres non, et chacun des points est relié au maximum à 3 autres points. Prouver qu'il existe un nombre de points supérieur ou égal à  $\frac{n}{4}$  tels que 2 d'entre eux ne soient pas reliés.

**Exercice 9 \*\*.** Pour  $n \geq 3$ , on considère un échiquier  $n \times n$ , et le graphe  $G_n$  défini comme suit :

- Les sommets de  $G_n$  sont les  $n^2$  cases de l'échiquier.
- Une case  $a$  est reliée à une case  $b$  si un cavalier placé en  $a$  peut aller en  $b$  (un cavalier se déplace en avançant de 2 cases dans une direction, puis d'une case dans une direction perpendiculaire, par exemple :  $\begin{array}{ccc} \text{a} & \square & \square \\ & & \text{b} \end{array}$  ).

a) Dessiner le graphe  $G_4$

b) Pour  $n$  quelconque, quel est le nombre chromatique de  $G_n$  ?