

## Devoir n° 2

*A remettre en TD le 27 ou 28 novembre 2012 (selon le groupe)*

*Les réponses doivent être justifiées.*

**Exercice 1.** Pour les deux questions suivantes : si un tel graphe existe, il faut donner un exemple ; sinon il faut justifier qu'il n'en existe pas.

- a) Existe-t-il un graphe à 6 sommets dont les degrés sont  $(1, 2, 3, 4, 5, 5)$  ?  
 b) Existe-t-il un graphe **simple** à 6 sommets dont les degrés sont  $(1, 2, 3, 4, 5, 5)$  ?

**Exercice 2.** Un tournoi de football amateur organisé pendant un week-end réunit 7 équipes. Les contraintes de temps permettent à chaque équipe de rencontrer au plus cinq des autres équipes.

- a) Est-il possible de faire jouer à chaque équipe exactement 5 matches ?  
 b) Est-il possible de faire jouer à chaque équipe exactement 4 matches ?

**Exercice 3.** On considère 10 villes, notés A, B, . . . , J. Dans le tableau suivant, une croix indique qu'il existe des trains entre les villes correspondantes.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A		x	x						x	
B	x		x		x		x		x	x
C	x	x		x	x					
D			x		x		x		x	
E		x	x	x				x		
F							x			
G		x		x		x			x	
H					x					x
I	x	x		x			x			
J		x						x		

Pour chacune des questions suivantes, traduisez d'abord la question en termes de graphes avant d'y répondre.

- a) Peut-on aller de n'importe quelle ville à n'importe quelle autre ville en train ?  
 b) On veut se rendre de A à F. Combien de fois faut-il changer de train au minimum ? Indiquer un itinéraire possible.  
 c) Un voyageur souhaite visiter le pays en train. Peut-il faire un voyage partant de A, arrivant en F et empruntant une fois et une seule chaque train ?  
 d) La gare B est fermée à cause de la neige et la gare I est fermée à cause d'une grève : aucun train ne peut partir des gares B ou I, ni y arriver. Est-il encore possible d'aller en train de A à F ? Si oui, combien de changements de train au minimum sont-ils nécessaires ?