

---

**Feuille n° 2**


---

**Exercice 1.**

Résoudre les équations différentielles suivantes, en précisant les intervalles de validité des solutions :

a)  $y' = -\frac{2y}{x}$ .

b)  $y' = 3y$ .

c)  $y' + xy = 0$ .

d)  $y' + \frac{x}{x^2 + 1}y = 0$ .

e)  $xy' - 2y = 0$ . A-t-on des solutions définies sur  $\mathbb{R}$ , si oui lesquelles ?

**Exercice 2.**

a) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

$$(E) \quad y' = \frac{2y}{x} + 1$$

puis déterminer la solution de (E) qui vérifie  $y(1) = 0$ .

b) On considère l'équation différentielle

$$(E) \quad y' - 3y = e^{2x}.$$

Déterminer la solution de (E) qui vérifie  $y'(0) = 1$ .

**Exercice 3.**

a) Résoudre l'équation différentielle suivante, à l'aide de la méthode de variation de la constante, tout en précisant les intervalles de validité :  $xy' + 2y - x^3 = 0$

b) A-t-on des solutions définies sur  $\mathbb{R}$  ?

**Exercice 4.**

On considère l'équation différentielle

$$(E) \quad (x^2 - 3x + 2)y' - y = x - 2$$

a) Résoudre (E) en précisant les intervalles de validité des solutions.

b) Déterminer la solution de (E) vérifiant  $y(0) = 4 \ln 2$  ainsi que son intervalle de définition.

**Exercice 5.**

Résoudre les équations différentielles suivantes :

a)  $y'' + y' - 2y = 0$ . Déterminer la solution  $f$  qui vérifie  $f(0) = 0$  et  $f'(0) = 1$ .

b)  $y'' - 4y' + 4y = 0$ .

c)  $y'' - 4y' + 5y = 0$ .

d)  $y'' + 4y = 0$ .

**Exercice 6.**

Résoudre les équations différentielles suivantes :

a)  $y'' + y' - 2y = e^{3x}$ .      d)  $y'' + y' - 2y = 2x^2$ .      g)  $y'' - 4y' + 5y = (x + 1)e^{-x}$ .

b)  $y'' + y' - 2y = 3e^x$ .      e)  $y'' + y' - 2y = \cos x$ .      h)  $y'' + 4y = \cos(2x)$ .

c)  $y'' + y' - 2y = e^{3x} + 3e^x$ .      f)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$ .      i)  $y'' + 4y = \cos xe^x$ .

**Exercice 7.**

Soit  $\alpha > 0$ . À quelle condition sur  $\alpha$  l'équation différentielle  $y'' + \alpha^2 y = 0$  admet-elle une solution réelle  $f$  telle que  $f(0) = 0$  et  $f(1) = 2$  ?