

Interrogation écrite de MathématiquesDurée 1h. Documents et calculatrices interdits

Le 26 mai 2004

Exercice 1.

Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Montrer que la matrice M est inversible et calculer M^{-1} .

Exercice 2.

On considère l'application linéaire $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par

$$f(x, y, z) = (x + 3y + 2z, x + y + z).$$

- Écrire la matrice de f dans les bases canoniques de \mathbb{R}^3 et \mathbb{R}^2 .
- Calculer $\dim \text{Ker } f$ et $\dim \text{Im } f$, donner une base de $\text{Ker } f$ et une base de $\text{Im } f$

Exercice 3.

On se place dans $E = \mathbb{R}^4$. Soit $u_1 = (1, 2, 1, -2)$ et $u_2 = (1, 1, 0, 2)$. Donner un système d'équations cartésiennes du sous-espace vectoriel $F = \text{Vect}(u_1, u_2)$.

Exercice 4.

On se place dans \mathbb{R}^4 . Soit G le sous-espace vectoriel d'équation cartésienne $2x + y - 6z - t = 0$.

- Donner une base du sous-espace vectoriel G .
- Trouver un supplémentaire de G dans \mathbb{R}^4 .