

Fiche de TD numéro 2. Résolution d'équations différentielles linéaire.

Exercice 1 : Résoudre les équations différentielles linéaires, homogènes, du second ordre suivantes:

1. $y'' - 3y' - 4y = 0$.
2. $y'' - 10y' + 25y = 0$.
3. $y'' - 2y' + 5y = 0$.

Dans chaque cas on déterminera la solution y telle que $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

Exercice 2 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y'' + 2y' + y = x + 1$.
2. $y'' + 2y' = x + 1$.
3. $y'' + 2y' = e^x$.
4. $y'' + 2y' + y = e^x$. Déterminera la solution y telle que $y(0) = 1$ et $y'(0) = 1$.

Exercice 3 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y'' + y = x \sin 2x$.
2. $y'' + y = x \sin x + x^2$. Déterminera la solution y telle que $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.
3. $y'' - 5y' + 4y = 2e^{4x} + (34x + 18) \cos x$.
4. $y'' - 4y' + 5y = x \cos x e^{2x}$.
5. $3y'' + 13y' + 4y = 4 \cos 2x - \sin 2x$.

Exercice 4 : Considérons l'équation différentielle $y'' + by' + \omega_0^2 y = A \cos(\omega t)$, avec $b > 0$ et $b^2 - 4\omega_0^2 < 0$.

1. Trouvez la solution générale.
2. Déterminez l'unique solution bornée.

Exercice 5 : Résolvez l'équation différentielle suivante, en devinant une solution particulière :

$$y'' + y' - 2y = 2 \tan^3 x + \tan^2 x + 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$