Correction de quelques exercices de la feuille de TD 20

I Étude de la nature de séries

Exercice 1. Montrer que les séries suivantes convergent et calculer leurs sommes :

$$1)\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{n^2(-1)^n}{n!}, \qquad 2)\ \sum_{n\geqslant 1} \frac{n(n-1)7^n}{(n+1)!}, \qquad 3)\ \sum_{n\geqslant 1} (-1)^{n-1}\frac{n-1}{3^n}, \qquad 4)\ \sum_{n\geqslant 1} \frac{n^2+n-3}{5^{n-1}}.$$

Correction :

1) Pour tout $n \geqslant 2$,

$$\frac{n^2(-1)^n}{n!} = \big(n(n-1)+n\big)\frac{(-1)^n}{n!} = \frac{(-1)^n}{(n-2)!} + \frac{(-1)^n}{(n-1)!} = \frac{(-1)^{n-2}}{(n-2)!} - \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}.$$

Puisque les séries $\sum_{n\geqslant 2} \frac{(-1)^{n-2}}{(n-2)!}$ et $\sum_{n\geqslant 2} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}$ convergent (ce sont des séries exponentielles), nous en déduisons que $\sum_{n\geqslant 2} \frac{n^2(-1)^n}{n!}$ converge et donc $\sum_{n\geqslant 1} \frac{n^2(-1)^n}{n!}$ converge. De plus

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2(-1)^n}{n!} = 0 - 1 + \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2(-1)^n}{n!} = -1 + \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-2}}{(n-2)!} - \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}.$$

En faisant le changement de variables $j = n-2$ dans la première somme, et $j = n-1$ dans la deuxième, on obtient

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2(-1)^n}{n!} = -1 + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^j}{j!} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^j}{j!} = -1 + e^{-1} - \big(e^{-1} - 1\big) = 0.$$

2) Traité en cours.

3) Pour tout $n \geqslant 1$,

$$(-1)^{n-1}\frac{n-1}{3^n} = \frac{n}{3}\left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1} + \left(\frac{-1}{3}\right)^n.$$

Puisque la série $\sum_{n\geqslant 1} n\left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1}$ converge (c'est une série géométrique dérivée de raison $-1/3 \in \,]-1,1[$) et la série $\sum_{n\geqslant 1} \left(\frac{-1}{3}\right)^n$ converge (c'est une série géométrique de raison $-1/3 \in \,]-1,1[$), nous en déduisons que $\sum_{n\geqslant 1} (-1)^{n-1}\frac{n-1}{3^n}$ converge. De plus

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1}\frac{n-1}{3^n} = \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{+\infty} n\left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1} - \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{-1}{3}\right)^n = \frac{1}{3}\,\frac{1}{(1-(-1/3))^2} - \frac{1/3}{1-(-1/3)} = \frac{1}{3}\,\frac{9}{16} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{16}.$$

4) Traité en cours.

Exercice 3. Trouver une fraction dont le développement décimal est $12,121212121212121212\dots$.

Correction : Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, posons $u_n = 12,\underbrace{1212121212\cdots 12}_{n \text{ fois}}$. On a

$$u_n = \sum_{k=0}^{n} 12\left(\frac{1}{100}\right)^k \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sum_{k=0}^{+\infty} 12\left(\frac{1}{100}\right)^k = 12\sum_{k=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{100}\right)^k = 12\,\frac{1}{1-1/100} = \frac{400}{33},$$

car $\left|\dfrac{1}{100}\right| < 1$. Ainsi $\dfrac{400}{33}$ est une fraction dont le développement décimal est $12,121212121212121212\dots$.

Exercice 4. Étudier la convergence des séries de terme général

1) $\dfrac{1}{\sqrt{n}}\sin\left(\dfrac{\pi}{4n}\right)$,
2) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{n^3-1}}$,
3) $\dfrac{1}{\sqrt{n(n^2+3)}}$,
4) $\dfrac{\cos(3^n)}{4n^2-3n+6}$,
5) $\dfrac{1}{n\cos^2(n)}$,
6) $1-\sqrt[3]{1-\dfrac{2}{n^3}}$,
7) $1-\cos\left(\dfrac{\pi}{n}\right)$,
8) $n\ln(n)e^{-\sqrt{n}}$,
9) $\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{n^2}$,
10) $\dfrac{(-1)^n n!}{n^n}$,
11) $\dfrac{1}{n\sqrt[n]{n}}$,
12) $\ln\left(1-\dfrac{1}{n+5}\right)$,
13) $\dfrac{\ln(n)}{n^2}$,
14) $\dfrac{1}{\sqrt{n}}\operatorname{Arctan}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$,
15) $1-\dfrac{1}{\sqrt[n]{e}}$,
16) $\dfrac{1}{(\ln(n))^{\ln(n)}}$,
17) $\left(\cos\left(\dfrac{1}{n}\right)\right)^{n^3}$,
18) $\sqrt{\tan\left(\dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}}\right)}$

Correction : La plupart ont été traitées en cours.

3) Pour tout $n \geqslant 1$, $\dfrac{1}{\sqrt{n(n^2+3)}} \geqslant 0$. On a $\dfrac{1}{\sqrt{n(n^2+3)}} \sim \dfrac{1}{\sqrt{n^3}} = \dfrac{1}{n^{3/2}}$. La série de Riemann $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{1}{n^{3/2}}$ converge puisque $\dfrac{3}{2} > 1$ si bien que $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{1}{\sqrt{n(n^2+3)}}$ converge.

7) Pour tout $n \geqslant 1$, $1-\cos\left(\dfrac{\pi}{n}\right) \geqslant 0$. On a $1-\cos\left(\dfrac{\pi}{n}\right) \sim \dfrac{\pi}{n}$ puisque $\dfrac{\pi}{n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$. La série de Riemann $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{1}{n}$ diverge si bien que $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)$ converge.

8) Pour tout $n \geqslant 1$, $n\ln(n)e^{-\sqrt{n}} \geqslant 0$. On a

$$n^2\, n\ln(n)e^{-\sqrt{n}} = n^3\ln(n)e^{-\sqrt{n}} = \frac{\ln(n)}{n}\, n^4 e^{-\sqrt{n}} = \frac{\ln(n)}{n}\,(\sqrt{n})^8 e^{-\sqrt{n}}.$$

Par croissances comparées, on a $\dfrac{\ln(n)}{n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$ et $(\sqrt{n})^8 e^{-\sqrt{n}} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$ (car $x^8e^{-x} \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 0$). Ainsi $n^2\, n\ln(n)e^{-\sqrt{n}} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, c'est-à-dire $n\ln(n)e^{-\sqrt{n}} = o\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$. La série de Riemann $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{1}{n^2}$ converge si bien que $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} n\ln(n)e^{-\sqrt{n}}$ converge.

10) Pour tout $n \geqslant 4$, $n^2\left|\dfrac{(-1)^n n!}{n^n}\right| = n^2\displaystyle\prod_{k=1}^{n}\frac{k}{n} = \frac{6}{n}\prod_{k=4}^{n}\frac{k}{n} \leqslant \frac{6}{n}$. Par encadrement, on obtient que $n^2\left|\dfrac{(-1)^n n!}{n^n}\right| \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, c'est-à-dire $\left|\dfrac{(-1)^n n!}{n^n}\right| = o\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$. La série de Riemann $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{1}{n^2}$ converge si bien que $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{(-1)^n n!}{n^n}$ converge absolument et donc converge.

12 Pour tout $n \geqslant 1$, $\ln\left(1-\dfrac{1}{n+5}\right) \leqslant 0$. On a $\ln\left(1-\dfrac{1}{n+5}\right) \sim -\dfrac{1}{n+5} \sim \dfrac{-1}{n}$ puisque $\dfrac{-1}{n+5} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n}$ diverge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \ln\left(1-\dfrac{1}{n+5}\right)$ diverge.

13) Pour tout $n \geqslant 1$, $\dfrac{\ln(n)}{n^2} \geqslant 0$. On a $n^{3/2}\dfrac{\ln(n)}{n^2} = \dfrac{\ln(n)}{\sqrt{n}} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$ donc $\dfrac{\ln(n)}{n^2} = o\left(\dfrac{1}{n^{3/2}}\right)$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n^{3/2}}$ converge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{\ln(n)}{n^2}$ converge.

14) Pour tout $n \geqslant 1$, $\dfrac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{Arctan}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant 0$. On a $\dfrac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{Arctan}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right) \sim \dfrac{1}{\sqrt{n}}\dfrac{1}{\sqrt{n}} = \dfrac{1}{n}$ puisque $\dfrac{1}{\sqrt{n}} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n}$ diverge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{Arctan}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$ diverge.

15) Pour tout $n \geqslant 1$, $1-\dfrac{1}{\sqrt[n]{e}} \geqslant 0$. On a $1-\dfrac{1}{\sqrt[n]{e}} = 1-e^{-1/n} \sim \dfrac{1}{n}$ puisque $\dfrac{1}{n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n}$ diverge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \left(1-\dfrac{1}{\sqrt[n]{e}}\right)$ diverge.

16) Pour tout $n \geqslant 2$, $\dfrac{1}{(\ln(n))^{\ln(n)}} \geqslant 0$. On a

$$\frac{n^2}{(\ln(n))^{\ln(n)}} = \exp\Big(2\ln(n) - \ln(n)\ln(\ln(n))\Big) = \exp\Big(2\ln(n)\big(1-\ln(\ln(n))\big)\Big).$$

Comme $\ln(n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$ et $\ln(\ln(n)) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, on a $2\ln(n)\big(1-\ln(\ln(n))\big) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -\infty$ et donc $\dfrac{n^2}{(\ln(n))^{\ln(n)}} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$. Ainsi $\dfrac{1}{(\ln(n))^{\ln(n)}} = o\left(\dfrac{1}{n^{3/2}}\right)$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n^2}$ converge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{(\ln(n))^{\ln(n)}}$ converge.

18) Pour tout $n \geqslant 0$, $\sqrt{\tan\left(\dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}}\right)} \geqslant 0$. Puisque $\dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, on a $\tan\left(\dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}}\right) \sim \dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}} \sim \dfrac{1}{n^{3/2}}$. Ainsi $\sqrt{\tan\left(\dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}}\right)} \sim \dfrac{1}{n^{3/4}}$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n^{3/4}}$ diverge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \sqrt{\tan\left(\dfrac{1}{2018+n\sqrt{n}}\right)}$ diverge.

Exercice 6. Montrer que la série $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$ converge et calculer sa somme.

On pourra déterminer $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ tels que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n+1} + \dfrac{c}{n+2}$.

Correction : Pour tout $n \geqslant 1$, on a $\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)} \sim \dfrac{1}{n^3}$. La série de Riemann $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n^3}$ converge si bien que $\sum_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$ converge.

Soient $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On a

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n+1} + \frac{c}{n+2} = \frac{a(n+1)(n+2) + bn(n+2) + cn(n+1)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{(a+b+c)n^2 + (3a+2b+c)n + 2a}{n(n+1)(n+2)}.$$

Si on choisit $a = \dfrac{1}{2}$, $b = -1$ et $c = \dfrac{1}{2}$ (on trouve ces quantités en résolvant un système par exemple), alors $\dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n+1} + \dfrac{c}{n+2} = \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On a

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k} - \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+1} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+2} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k} - \sum_{j=2}^{n+1}\frac{1}{j} + \frac{1}{2}\sum_{j=3}^{n+2}\frac{1}{j},$$

à l'aide de changement de variables. On a donc

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \sum_{k=3}^{n}\frac{1}{k}\right) - \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=3}^{n}\frac{1}{k} + \frac{1}{n+1}\right) + \frac{1}{2}\left(\sum_{k=3}^{n}\frac{1}{k} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{2(n+1)} + \frac{1}{2(n+2)} \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Ainsi $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4}$.

II Exercices théoriques

Exercice 14 (critère de D'Alembert). Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle à termes strictement positifs telle que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lambda \in [0, +\infty[\cup \{+\infty\}$.

1) Montrer que, si $\lambda < 1$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
   On pourra comparer $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ avec le terme général d'une suite géométrique.
2) Montrer que, si $\lambda > 1$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.
3) Montrer que, si $\lambda = 1$, alors on ne peut pas conclure en général.

Correction :

1) Supposons que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lambda \in [0, 1[$. On a $\lambda < \dfrac{\lambda+1}{2}$ donc il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $0 < \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leqslant \dfrac{\lambda+1}{2}$. Par produit télescopique, nous en déduisons que, pour tout $N \geqslant n_0 + 1$,

$$\frac{u_N}{u_{n_0}} = \prod_{n=n_0}^{N-1} \frac{u_{n+1}}{u_n} \leqslant \prod_{n=n_0}^{N-1} \frac{\lambda+1}{2} = \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)^{N-n_0},$$

et donc $0 < u_N \leqslant u_{n_0}\left(\dfrac{\lambda+1}{2}\right)^{N-n_0}$. Puisque $\dfrac{\lambda+1}{2} \in]0, 1[$, la série géométrique $\displaystyle\sum_{n\geqslant n_0}\left(\frac{\lambda+1}{2}\right)^n$ converge et donc $\displaystyle\sum_{n\geqslant n_0} u_n$ converge.

2)
   - Supposons que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lambda \in]1, +\infty[$. On a $\dfrac{\lambda+1}{2} < \lambda$ donc il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant \dfrac{\lambda+1}{2}$. Par produit télescopique, nous en déduisons que, pour tout $N \geqslant n_0 + 1$,

$$\frac{u_N}{u_{n_0}} = \prod_{n=n_0}^{N-1} \frac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant \prod_{n=n_0}^{N-1} \frac{\lambda+1}{2} = \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)^{N-n_0},$$

   et donc $u_N \geqslant u_{n_0}\left(\dfrac{\lambda+1}{2}\right)^{N-n_0}$. Puisque $\dfrac{\lambda+1}{2} \in]1, +\infty[$, la série géométrique $\displaystyle\sum_{n\geqslant n_0}\left(\frac{\lambda+1}{2}\right)^n$ diverge et donc $\displaystyle\sum_{n\geqslant n_0} u_n$ diverge (et même grossièrement d'ailleurs).
   - Supposons que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = +\infty$. On aboutit à la même conclusion en remplaçant $\dfrac{\lambda+1}{2}$ par 2 (par exemple) dans la preuve ci-dessus.

3) • Si $u_n = \dfrac{1}{n^2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{n^2}{(n+1)^2} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1$ et $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ converge.

• Si $u_n = \dfrac{1}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{n}{n+1} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1$ et $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ diverge.

Ainsi on ne peut pas conclure en général.

Exercice 15 (critère de Cauchy).

1) a) Montrer que, si $\lambda < 1$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.

b) Montrer que, si $\lambda > 1$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

c) Montrer que, si $\lambda = 1$, alors on ne peut pas conclure en général.

2) Montrer que, si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lambda \in [0, +\infty[\cup \{+\infty\}$, alors $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lambda$. La réciproque est-elle vraie ? Quel est le critère le plus "puissant" entre celui de Cauchy et celui de D'Alembert.

Correction :

1) a) Supposons que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lambda \in [0, 1[$. On a $\lambda < \dfrac{\lambda+1}{2}$ donc il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $0 < \sqrt[n]{u_n} \leqslant \dfrac{\lambda+1}{2}$ et donc $\left(\dfrac{\lambda+1}{2}\right)^n$. Puisque $\dfrac{\lambda+1}{2} \in]0, 1[$, la série géométrique $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)^n$ converge et donc $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ converge.

b) • Supposons que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lambda \in]1, +\infty[$. On a $\dfrac{\lambda+1}{2} < \lambda$ donc il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $\sqrt[n]{u_n} \geqslant \dfrac{\lambda+1}{2}$ et donc $u_n \geqslant \left(\dfrac{\lambda+1}{2}\right)^n$. Puisque $\dfrac{\lambda+1}{2} \in]1, +\infty[$, la série géométrique $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)^n$ diverge et donc $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ diverge (et même grossièrement d'ailleurs).

• Supposons que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = +\infty$. On aboutit à la même conclusion en remplaçant $\dfrac{\lambda+1}{2}$ par 2 (par exemple) dans la preuve ci-dessus.

c) • Si $u_n = \dfrac{1}{n^2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $\sqrt[n]{u_n} = e^{-2\ln(n)/n} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1$ (par croissances comparées) et $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ converge.

• Si $u_n = \dfrac{1}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $\sqrt[n]{u_n} = e^{-\ln(n)/n} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1$ (par croissances comparées) et $\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ diverge.

Ainsi on ne peut pas conclure en général.

2) Correction à venir. Cette question est assez technique et pourra être omise en première lecture.