Opérations sur les limites

$\lim_{x\to x_0} g(x)$ \ $\lim_{x\to x_0} f(x)$	ℓ	$+\infty$	$-\infty$
ℓ'	$\ell+\ell'$	$+\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	F.I.
$-\infty$	$-\infty$	F.I.	$-\infty$

$\lim_{x\to x_0} (f+g)(x)$

$\lim_{x\to x_0} g(x)$	$\ell' \neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to x_0} \frac{1}{g}(x)$	$\frac{1}{\ell'}$	$+\infty$	$-\infty$	0^+	0^-

$\lim_{x\to x_0} \frac{1}{g}(x)$

$\lim_{x\to x_0} g(x)$ \ $\lim_{x\to x_0} f(x)$	$\ell>0$	$\ell<0$	$\ell=0$	$+\infty$	$-\infty$
$\ell'>0$	$\ell\ell'$	$\ell\ell'$	0	$+\infty$	$-\infty$
$\ell'<0$	$\ell\ell'$	$\ell\ell'$	0	$-\infty$	$+\infty$
$\ell'=0$	0	0	0	F.I.	F.I.
$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.	$+\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	F.I.	$-\infty$	$+\infty$

$\lim_{x\to x_0} (f\cdot g)(x)$

$\lim_{x\to x_0} g(x)$ \ $\lim_{x\to x_0} f(x)$	$\ell>0$	$\ell<0$	$\ell=0$	$+\infty$	$-\infty$
$\ell'>0$	$\frac{\ell}{\ell'}$	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	$+\infty$	$-\infty$
$\ell'<0$	$\frac{\ell}{\ell'}$	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	$-\infty$	$+\infty$
0^+	$+\infty$	$-\infty$	F.I.	$+\infty$	$-\infty$
0^-	$-\infty$	$+\infty$	F.I.	$-\infty$	$+\infty$
$+\infty$	0^+	0^-	0	F.I.	F.I.
$-\infty$	0^-	0^+	0	F.I.	F.I.

$\lim_{x\to x_0} \frac{f}{g}(x)$

Dérivées des fonctions usuelles

fonction	domaine de définition	dérivée	domaine de dérivabilité
$x \mapsto \lambda,\ \lambda \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 0$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto n\,x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \dfrac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}^*$	$x \mapsto -\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$x \mapsto x^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Z}$	$\mathbb{R}_+$ si $\alpha > 0$ $\mathbb{R}_+^*$ si $\alpha < 0$	$x \mapsto \alpha\,x^{\alpha-1}$	$\mathbb{R}_+$ si $\alpha > 1$ $\mathbb{R}_+^*$ si $\alpha < 1$
$x \mapsto \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\mathbb{R}_+$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\exp$	$\mathbb{R}$	$\exp$	$\mathbb{R}$
$\ln$	$\mathbb{R}_+^*$	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\cos$	$\mathbb{R}$	$-\sin$	$\mathbb{R}$
$\sin$	$\mathbb{R}$	$\cos$	$\mathbb{R}$
$\tan$	$\mathbb{R}\backslash\left(\dfrac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right)$	$1 + \tan^2 = \dfrac{1}{\cos^2}$	$\mathbb{R}\backslash\left(\dfrac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right)$
Arctan	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$

Soient $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ et $g : I \longrightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
Soit $h : J \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie et dérivable sur un intervalle J de $\mathbb{R}$ tel que $f(I) \subset J$.

fonction	domaine de définition	dérivée	domaine de dérivabilité
$\lambda f,\ \lambda \in \mathbb{R}$	I	$\lambda f'$	I
$f + g$	I	$f' + g'$	I
fg	I	$f'g + fg'$	I
$\dfrac{1}{g}$	$\{x \in I \mid g(x) \neq 0\}$	$-\dfrac{g'}{g^2}$	$\{x \in I \mid g(x) \neq 0\}$
$\dfrac{f}{g}$	$\{x \in I \mid g(x) \neq 0\}$	$\dfrac{f'g - fg'}{g^2}$	$\{x \in I \mid g(x) \neq 0\}$
$h \circ f$	I	$f' \cdot (h' \circ f)$	I
$x \mapsto f(ax+b)$ $a \in \mathbb{R}^*,\ b \in \mathbb{R}$	$\{x \in \mathbb{R} \mid ax + b \in I\}$	$x \mapsto af'(ax+b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid ax + b \in I\}$
$f^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	I	$n\,f'\,f^{n-1}$	I
$\dfrac{1}{f^n},\ n \in \mathbb{N}^*$	$\{x \in I \mid f(x) \neq 0\}$	$-\dfrac{n\,f'}{f^{n+1}}$	$\{x \in I \mid f(x) \neq 0\}$
$f^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Z}$	$\{x \in I \mid f(x) \geqslant 0\}$ si $\alpha > 0$ $\{x \in I \mid f(x) > 0\}$ si $\alpha < 0$	$\alpha\,f'\,f^{\alpha-1}$	$\{x \in I \mid f(x) \geqslant 0\}$ si $\alpha > 1$ $\{x \in I \mid f(x) > 0\}$ si $\alpha < 1$
$\sqrt{f} = f^{\frac{1}{2}}$	$\{x \in I \mid f(x) \geqslant 0\}$	$\dfrac{f'}{2\sqrt{f}}$	$\{x \in I \mid f(x) > 0\}$
$\exp(f)$	I	$f'\,\exp(f)$	I
$\ln(f)$	$\{x \in I \mid f(x) > 0\}$	$\dfrac{f'}{f}$	$\{x \in I \mid f(x) > 0\}$
$\cos(f)$	I	$-f'\,\sin(f)$	I
$\sin(f)$	I	$f'\,\cos(f)$	I
$\tan(f)$	$\left\{x \in I \;\middle|\; f(x) \notin \dfrac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right\}$	$\dfrac{f'}{\cos^2(f)}$	$\left\{x \in I \;\middle|\; f(x) \notin \dfrac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right\}$
$\mathrm{Arctan}(f)$	I	$x \mapsto \dfrac{f'}{1+f^2}$	I