Programme de colles - Semaine n° 9

du 20 au 24 novembre 2017

Chapitre 8 - Complément de combinatoire

Identique au programme de la semaine 8.

Chapitre 9 - Probabilités sur un univers fini

- Espaces probabilisables finis $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$
  - Expérience aléatoire. Notions d'univers et d'événements. Événements incompatibles.
  - Opérations sur les événements. Système complet (fini) d'événements.
- Espaces probabilisés finis $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$
  - Probabilité sur un espace probabilisable fini. Premières propriétés. Additivité finie. Formule de Poincaré (ou du crible) pour deux ou trois événements.
  - Probabilités et systèmes complet d'événements. Une probabilité sur un espace probabilisable fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ est entièrement déterminée par la donnée des $\mathbb{P}(\{\omega\})$, $\omega \in \Omega$.
  - Cas d'équiprobabilité.
- Probabilité conditionnelle
  - La probabilité conditionnelle sachant un événement de probabilité non nul est une probabilité.
  - Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes.
- Indépendance
  - Indépendance de deux événements. Lien avec les probabilités conditionnelles.
  - Famille finie d'événements indépendants deux à deux. Famille finie d'événements mutuellement indépendants. Théorèmes des coalitions.
  - Schéma de Bernoulli, schéma binomial. Probabilité d'obtenir exactement k succès dans un schéma binomial.

Démonstrations à connaître :

- La formule du binôme de Newton (démonstration par récurrence).
- Premières propriétés[1] des probabilités sur un espace probabilisable fini.
- Formule de Poincaré (ou du crible) pour deux ou trois événements.
- Formule des probabilités totales : si $(A_1, \dots, A_n)$ est un système complet d'événements alors

$$\forall B \in \mathcal{P}(\Omega), \qquad \mathbb{P}(B) = \sum_{k=1}^{n} \mathbb{P}(B \cap A_k) = \sum_{k=1}^{n} \mathbb{P}_{A_k}(B)\mathbb{P}(A_k).$$

- Formule des probabilités composées.
- Probabilité d'obtenir exactement $k \in [\![0, n]\!]$ succès dans un schéma binomial de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$.

Prévisions pour la semaine 10 : chapitres 9 et 10 (variables aléatoires réelles finies).

1. $\mathbb{P}(\varnothing) = 0$ et, si $(A, B) \in \mathcal{P}(\Omega)^2$, alors $\mathbb{P}(B \backslash A) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$, $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(A) \in [0, 1]$ et $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leqslant \mathbb{P}(B)$