

Programme de colles - Semaine n° 7

du 6 au 10 novembre 2017


Chapitre 6 - Convergence de suites réelles

Identique au programme de la semaine 6.

Chapitre 7 - Ensembles et applications

- Ensembles et éléments
 - Appartenance, ensembles égaux, définition par extension/compréhension.
 - Partie d'un ensemble. Inclusion, double inclusion, transitivité.
 - Ensemble vide. Ensemble des parties d'un ensemble.
 - Opérations sur les parties : complémentaire, intersection, union, différence. Cas des ensembles définis par compréhension. Propriétés : commutativité, distributivité, lois de Morgan, etc. Parties disjointes.
 - Couples, n -uplets d'éléments. Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles. Notation E^n .
 - Famille d'éléments d'un ensemble indexée par un ensemble. Union et intersection d'une famille de parties d'un ensemble. Distributivité et lois de Morgan. Partition d'un ensemble.
- Applications
 - Notion d'application $f : E \rightarrow F$. Image, antécédents, ensembles de départ et d'arrivée. Différence avec la notion de fonction. Domaine de définition. Égalité d'applications. Graphe d'une application. Ensemble image $f(A)$ d'une partie A . Application identité Id_E , application constante.
 - Composition d'applications. Associativité.
 - Applications injectives. La composée de deux injections est une injection.
 - Applications surjectives. La composée de deux surjections est une surjection.
 - Applications bijectives. La composée de deux bijections est une bijection. Application réciproque. Caractérisations d'une bijection. Réciproque d'une composition de bijections.

Démonstrations à connaître :

- Unicité de la limite d'une suite convergente (utilisant la définition quantifiée).
- Convergence vers 0 des suites $(n^{-\alpha})_{n \in \mathbb{N}^*}$ pour $\alpha > 0$, et $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ pour $q \in]-1, 1[$.
- Convergence vers $+\infty$ des suites $(n^\alpha)_{n \in \mathbb{N}}$ pour $\alpha > 0$, $((\ln(n))^\beta)_{n \in \mathbb{N}^*}$ pour $\beta > 0$, $(n!)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ pour $q \in]1, +\infty[$.
- Théorème de la limite monotone.
- Union et intersection d'une famille quelconque de parties d'un ensemble : lois de Morgan et distributivité.
- La composée de deux injections (resp. surjections, resp. bijections) est une injection (resp. surjection, resp. bijection).
-  La formule du binôme de Newton (démonstration par récurrence).

Prévisions pour la semaine 8 : chapitre 7 et chapitre 8 (Compléments de combinatoire).