Programme de colles - Semaine n° 5

du 9 au 13 octobre 2017

Chapitre 4 - Nombres complexes et trigonométrie

Identique au programme de la semaine 4.

Chapitre 5 - Généralités sur les suites de nombres réels

- Notion de suite réelle.
  - Suites définies explicitement, par récurrence ou implicitement. Propriété vraie à partir d'un certain rang.
  - Opérations sur les suites. Suites monotones. Suites majorées, minorées, bornées.
- Exemples de suites réelles
  - Suites arithmétiques, géométriques (monotonie, somme des termes).
  - Suites arithmético-géométriques.
  - Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients (réels) constants.

Chapitre 6 - Convergence de suites réelles

- Bornes supérieures et inférieures
  - Majorant, minorant, maximum, minimum. Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un minimum. Toute partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{Z}$ admet un maximum (resp. un minimum).
  - Borne supérieure, inférieure sur $\mathbb{R}$. Caractérisation. Théorème de la borne supérieure.
  - Partie entière d'un réel.
- Définition quantifiée d'une suite convergente. Unicité de la limite d'une suite convergente.
- Définition quantifiée d'une suite qui tend vers $+\infty$ ou $-\infty$.

Démonstrations à connaître :

- Inégalité triangulaire pour les complexes (*la démonstration du cas d'égalité n'est pas au programme de colle.*).
- Formule d'addition de la tangente ($\tan(a+b)$ en fonction de $\tan(a)$ et $\tan(b)$).
- Formule de Moivre[1] : si $n \in \mathbb{Z}$, alors $(\cos(\theta)+i\sin(\theta))^n = \cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$.
- Forme canonique d'un trinôme du second degré à coefficients complexes.
- Expression de u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$ lorsque $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmético-géométrique (attention aux cas particuliers où la suite est géométrique ou arithmétique).
- Unicité de la limite d'une suite convergente (utilisant la définition quantifiée).

Prévisions pour la semaine 6 : chapitre 5 et 6 (en intégralité).

1. On montre d'abord par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ en utilisant la proposition suivante :

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \qquad \forall \theta' \in \mathbb{R}, \qquad e^{i\theta}e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}.$$

On en déduit ensuite le cas où $n \in \mathbb{Z}\backslash\mathbb{N}$.