

Programme de colles - Semaine n° 3

du 25 au 29 septembre 2017

Chapitre 2 - Ensembles de nombres, calculs algébriques et inégalités

- Sommes et produits de nombres
 - Propriétés des sommes finies et des produits finis. Changement d'indice. Sommes et produits télescopiques. Lien entre somme et produit (via le logarithme).
 - Sommes usuelles : $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n k^3$, $\sum_{k=0}^n x^k$, lorsque $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \mathbb{R}$.
Formule de factorisation de $x^n - y^n$.
- Factorielle et coefficients binomiaux : Formule $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$. Propriétés immédiates. Triangle de Pascal. Binôme de Newton.
- Sommes doubles (sur un domaine rectangulaire, triangulaire ou triangulaire strict).

Chapitre 3 - Étude de fonctions réelles d'une variable réelle

- Généralités sur les fonctions réelles d'une variable réelle
 - Domaine de définition, image, antécédents, courbe représentative. Opérations sur les fonctions. Notion de fonction bijective et fonction réciproque. Symétrie des courbes représentatives d'une fonction bijectives et de sa réciproque.
 - Propriétés globales des fonctions (signe, périodicité, parité, monotonie, fonctions majorées/minorées/bornées).
- Limites, continuité et dérivabilité (rappels de Terminale S)
 - Une fonction $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ est dite continue en un point $x_0 \in D_f$ si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
Opérations sur les fonctions continues. Théorème des valeurs intermédiaires et corollaire (forme faible du théorème de la bijection).
 - Définition d'une fonction dérivable. Tangente à la courbe, fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivables. Caractérisation des fonctions constantes, croissantes et décroissantes sur un intervalle. Cas des fonctions strictement monotones.
 - Tableaux de variations (la lecture d'un tableau de variation permet de déduire l'existence ou non d'un ou plusieurs antécédents).
- Fonctions usuelles
 - Définition et propriétés des fonctions puissances d'un nombre entier, racine n -ième, polynomiales, rationnelles, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme népérien, valeur absolue, partie entière.
 - Puissances à exposant réel (définitions et propriétés). Fonction puissance d'un réel. Exponentielle de base a .

Démonstrations à connaître : Sommes usuelles (par récurrence). Triangle de Pascal (par le calcul). Existence et unicité de la racine n -ième d'un réel positif (corollaire du théorème des valeurs intermédiaires pour les réels de $[0, 1]$, puis cas des réels de $[1, +\infty[$). Continuité et dérivabilité (dont le calcul de la dérivée) de la fonction $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto x^\alpha$ avec α un réel (prolongement de la fonction en 0 lorsque $\alpha \geq 0$ et dérivabilité en 0 lorsque $\alpha \geq 1$).

Prévisions pour la semaine 4 : chapitre 3 et chapitre 4 - Nombres complexes et trigonométrie.