

Programme de colles - Semaine n° 26

du 30 avril au 4 mai 2018

Chapitre 24 - Dérivées successives et formules de Taylor

Identique au programme de la semaine 25

Chapitre 25 - Comparaison locale de fonctions

Identique au programme de la semaine 25

Chapitre 26 - Développements limités

- Notion de développement limité
 - Développement limité en 0. Développement limité en $x_0 \in \mathbb{R}$. Notation $DL_n(x_0)$. On se ramène toujours à un $DL_n(0)$ de $h \mapsto f(x_0 + h)$. Unicité du développement limité.
 - Théorèmes d'existence de DL : la fonction f admet un $DL_0(0)$ (resp. un $DL_1(0)$) si et seulement si f est continue (resp. dérivable) en 0. Une fonction admettant un $DL_n(0)$ avec $n \geq 2$, n'est pas forcément n fois dérivable en 0. Formule de Taylor-Young.
- Développements limités usuels : $\frac{1}{1-u}$, $\frac{1}{1+u}$, $\ln(1+u)$, $\ln(1-u)$, $(1+u)^\alpha$, e^u , $\sin(u)$, $\cos(u)$ à tout ordre et $\tan(u)$ à l'ordre 8.
- Opérations sur les développements limités
 - Troncature, linéarité, produit.
 - Multiplication, division et substitution (composition à droite) par un monôme. Plus généralement, substitution par un polynôme nul en 0.
 - Primitivation, dérivation (si on sait que la dérivée admet un DL).
- Applications des développements limités
 - Recherche d'équivalents et de limites.
 - Position locale d'une courbe par rapport à sa tangente.
 - Développements asymptotiques. Recherche d'asymptotes.

Démonstrations à connaître :

- Formule de Leibniz.
- Caractérisation de la multiplicité des racines d'un polynôme avec les dérivées successives.
- Formule de Taylor avec reste intégral.
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} e^x$.

Chaque question de cours sera accompagnée par la restitution de développements limités en 0 (sans démonstration) choisis par l'examineur.

Pas de colles la semaine 27. Prévisions pour la semaine 28 : chapitre 26 et chapitre 27 (Intégrales sur un intervalle quelconque).