

## Programme de colles - Semaine n° 13

du 18 novembre au 22 décembre 2017

### Chapitre 11 - Étude locale de fonctions : limites et continuité en un point

- Limites et continuité
  - Notion de voisinage. Limite finie en un point. Unicité de la limite.
  - Continuité en un point. Prolongement par continuité.
  - Limites et continuité à gauche et à droite. Liens avec les limites et la continuité.
  - Limite infinie en un point. Limite infinie à gauche et à droite. Limites en  $\pm\infty$ .
- Propriétés générales
  - Image d'une suite convergente vers  $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$  par une fonction admettant une limite en  $\ell$ . Limite et continuité d'une fonction composée.
  - Limites et relation d'ordre.
  - Opérations algébriques sur les limites.
- Théorème de la limite monotone pour les fonctions.
- Asymptotes et branches paraboliques.
- Limites et continuité en un point des fonctions usuelles. Croissances comparées.

### Chapitre 12 - Étude globale de fonctions : continuité sur un intervalle

- Fonctions réelles continues sur un intervalle.
  - Notation  $C^0(I, \mathbb{R})$ . Continuité des fonctions usuelles.
  - Opérations algébriques sur les fonctions continues. Composée de fonctions continues. Condition nécessaire de convergence d'une suite récurrente vers un point fixe.
  - Restriction de fonctions continues. Fonctions continues par morceaux.
- Théorème des valeurs intermédiaires.
  - L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle (et autres formulations équivalentes).
  - Méthode de preuve par dichotomie.
- Image d'un segment par une fonction continue. Théorème des bornes atteintes.
- Théorème de la bijection.
  - Une fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur  $f(I)$ . Sa réciproque  $f^{-1}$  est continue et strictement monotone (de même monotonie que  $f$ ) sur  $f(I)$ . Les courbes représentatives de  $f$  et de  $f^{-1}$  dans un repère orthonormé sont symétriques par rapport à la première bissectrice des axes.
  - Forme de  $f(I)$  lorsque  $f$  est monotone et continue sur  $I$ .
  - Fonction Arctan (définition, monotonie, limites, continuité, parité, courbe représentative).

*Démonstrations à connaître :* Conformément au programme, aucune démonstration n'est exigible des étudiants pour ces deux chapitres. Les questions de cours porteront sur la restitution de définitions (par exemple la continuité en un point ou les neuf types de limites – et leurs éventuelles variantes à gauche et à droite) et énoncés de propositions/théorèmes (par exemple le théorème de la bijection, la définition et les propriétés de Arctan) choisies par l'examineur dans le programme ci-dessus.

**Prévisions pour la semaine 14 (après les vacances) :** chapitres 11, 12 et 13 (Dérivation).

**Bonnes fêtes de fin d'année à tous !**