

Programme de colles - Semaine n° 10

du 27 novembre au 1^{er} décembre 2017

Chapitre 9 - Probabilités sur un univers fini

Identique au programme de la semaine 9.

Chapitre 10 - Variables aléatoires réelles finies

- Variable aléatoire réelle (v.a.r.) X finie sur un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$.
 - Univers image $X(\Omega)$. Notations $[X = x]$, $[x \leq x]$, etc. Système complet associé à une variable aléatoire réelle finie.
 - Loi d'une v.a.r. finie. Égalité en loi (notation $X \stackrel{\mathcal{L}}{=} Y$). Existence de variable aléatoire réelle finie de loi donnée (notation $X \hookrightarrow \mathcal{L}$).
 - Fonction de répartition d'une v.a.r. finie. La fonction de répartition caractérise la loi.
 - Transfert de v.a.r. finie. Loi de $g(X)$ dans le cas particuliers où g est une bijection, la fonction valeur absolue et de la fonction carrée.
- Espérance et variance d'une v.a.r. finie
 - Positivité de l'espérance d'une v.a.r. finie positive. Linéarité de l'espérance. Notion de variable centrée. Théorème de transfert.
 - Variance et écart-type. Formule de Koenig-Huygens. $\mathbb{V}(aX + b) = a^2\mathbb{V}(X)$ pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Notion de v.a.r. finie centrée réduite.
- Lois usuelles
 - Loi certaine et caractérisation avec la variance.
 - Loi uniforme sur une partie finie A de \mathbb{R} . Notation $\mathcal{U}(A)$. Espérance et variance dans le cas où $A =]a, b]$ avec a et b des réels tels que $a < b$.
 - Loi de Bernoulli de paramètre $p \in]0, 1[$. Notation $\mathcal{B}(p)$. Espérance et variance.
 - Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$. Notation $\mathcal{B}(n, p)$. Lien avec un schéma binomial. Espérance et variance.

Démonstrations à connaître :

- Probabilité d'obtenir exactement $k \in]0, n]$ succès dans un schéma binomial de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$.
- Linéarité de l'espérance.
- Formule de Koenig-Huygens.
- Calcul de l'espérance et la variance d'une v.a.r. de loi uniforme sur $]1, n]$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- Calcul de l'espérance et la variance d'une v.a.r. de loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$.



Pas de colles les semaines 11 et 12.

Prévisions pour la semaine 13 : chapitres 11 (limites et continuité en un point) et 12 (continuité sur un intervalle).