
Examen de Math255 n° 1

Durée 2 heures . Documents et calculatrices interdits

Le 26 Octobre 2010

barême indicatif: 4 ; 6 ; 5 ; 5

Exercice 1. Calculer le déterminant :

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix}.$$

Exercice 2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^2 . On considère la fonction

$$u(x, y) = f(r) \text{ où } r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

1) Calculer les dérivées partielles :

$$\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial r}{\partial y}.$$

2) Calculer :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

en fonction de f et de ses dérivées.

Exercice 3. Résoudre le système différentiel :

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) - z(t), \\ y'(t) = -x(t) + z(t), \\ z'(t) = x(t) + y(t). \end{cases}$$

Exercice 4.

1) Trouver les points critiques de la fonction $f(x, y) = x(4 - x^3 - y^2)$.

2) Déterminer la nature (maximum local, minimum local, point selle) des points critiques obtenus en 1).