
Contrôle de Mathématiques (S3PC) n° 2

Durée 1 heure . Documents et calculatrices interdits

10 Novembre 2008

Exercice 1. Soit $D \subset \mathbf{R}^2$ le domaine défini par :

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y \geq 0, x + y \leq 1, y - x \leq 1\}.$$

1) Dessiner le domaine D .

2) Calculer l'intégrale :

$$\iint_D x^2 y \, dx dy.$$

Exercice 2. Soit $D \subset \mathbf{R}^2$ le domaine défini par :

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}.$$

Calculer l'intégrale :

$$\iint_D x^2 + y^2 \, dx dy.$$

Exercice 3. On rappelle que

$$\operatorname{ch} t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \quad \operatorname{sh} t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}.$$

1) On considère l'arc paramétré γ défini par :

$$[-1, 1] \ni t \mapsto (x_1(t), x_2(t)) = (\operatorname{sh} t, \frac{1}{2} \operatorname{ch}^2 t) \in \mathbf{R}^2.$$

Montrer que l'arc géométrique associé à γ est égal à

$$C = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid 2x_2 = x_1^2 + 1, |x_1| \leq \operatorname{sh} 1\}.$$

2) Calculer la longueur de l'arc C .

3) Calculer la circulation le long de γ du champ de vecteurs

$$\vec{v}(x_1, x_2) = (x_1, 1).$$