

Sujets Math en Jeans

Sujet 1 : Des nombres magiques. Considérons le nombre 703. levons-le au carré : on obtient 494209. On “coupe” ce nombre en deux, et on additionne les morceaux : cela donne $494 + 209 = 703$. On est revenu au nombre initial : 703 est un nombre magique ! Existe-t-il d’autres nombres magiques trois chiffres ? Comment peut-on les trouver tous ? Qu’est-ce que ces nombres ont de particulier ? (par exemple, comment peut-on démontrer que 703 est magique sans calculer son carré ?) Peut-on considérer des nombres magiques deux, quatre, cinq chiffres (voire plus) ?

Sujet 2 : Les noms de famille. Considérons un pays où vivent N couples, qui portent des noms de famille tous différents. On s’intéresse à la transmission de ces noms de famille au cours des générations. On suppose que les enfants héritent du nom de leur père. En outre, on suppose qu’une génération donne :

- Un quart des couples n’ont aucun fils.
- La moitié des couples ont un fils.
- Un quart des couples ont deux fils.

Comment va évoluer, au fil du temps, la répartition des patronymes dans la population ? Est-ce que certains noms de famille vont disparaître ? Est-ce qu’au bout d’un certain temps, tout le monde s’appellera pareil ? Que se passe-t-il si on change certaines hypothèses (explicites ou implicites) données ici ?

Sujet 3 : Un jeu original. Considérons le jeu suivant, qui se joue à deux. On dessine n points sur une feuille de papier. À leur tour, les joueurs relient deux points, puis dessinent un nouveau point quelque part sur la courbe qu’ils viennent de tracer. Ils doivent respecter les règles suivantes :

- La courbe qu’ils tracent peut relier un point à lui-même, mais elle ne doit ni couper une courbe déjà tracée, ni se couper elle-même, ni traverser un point déjà existant.
- De chaque point ne peuvent partir que trois courbes au maximum.

Les joueurs jouent chacun leur tour, tant qu’ils le peuvent. Le premier qui ne peut plus jouer a perdu. Ce jeu est intéressant même pour de petites valeurs de n , par exemple 2 ou 3. Est-ce que ce jeu se termine toujours ou pas ? Si oui, au bout de combien de coups ? Y a-t-il une façon de gagner un coup sûr, pour l’un des deux joueurs ?