

Mathématiques, pilotage, éducation

François Dubois et Sylvie Sohier

20 juin 2005 ¹

Du « faire et savoir » au « savoir faire-faire »

- Il y a quelques années, l'un d'entre nous avait présenté son activité professionnelle (« faire des maths ») à des jeunes en collège. Ce fut l'occasion de les faire réfléchir, à partir des mathématiques qu'ils apprennent tous les jours [le théorème de Thalès !] à la façon dont la connaissance s'élabore et se structure. Si on demande à un collégien, à un lycéen ou même un étudiant à l'Université de « savoir résoudre un problème », cette activité (trop !) scolaire n'est que la face émergée de l'ensemble de l'activité mathématique. Nous ne développerons pas ici l'histoire (extraordinaire) du théorème de Thalès² qui vécut à Milet dans la Turquie actuelle et est mort vers 550 avant J.C. Il faut cependant savoir que diverses étapes se succèdent naturellement.
- Résoudre un problème n'est que la répétition de l'acte de démontrer un théorème. Si *in fine*, ces deux activités se ressemblent, le mathématicien ne connaît pas *a priori* la valeur de vérité de ce qui a été énoncé. D'ailleurs, récemment (en 2003), David Ruelle, l'un des auteurs de la vision moderne du chaos [voir par exemple son livre *Hasard et Chaos*, Odile Jacob, 1991], nous avouait qu'après avoir longtemps « séché » pour démontrer qu'un certain résultat était vrai, il ne lui avait fallu que quelques semaines pour construire un contre-exemple qui montre qu'il est faux, après avoir changé de point de vue et simplement imaginé la réalité mathématique autre que son idée *a priori*. Démontrer un théorème est donc un exercice de l'incertain où le doute (Cartésien !) reste premier dans la démarche.
- Enfin (fin provisoire !), des esprits clairvoyants et reconnus par leurs pairs proposent des conjectures, des théorèmes possibles qui animent tous les jours la communauté des

¹ Ce texte est un résumé de l'atelier sur le même sujet animé par les auteurs le 19 mars 2005 à Roissy, dans le cadre des « Rencontres Air-Espace-Education » de l'Aéro Club de France. Edition septembre 2005, changée de format fin mai 2015.

² « Hiéronyme de Rhodes déclare qu'il mesura les pyramides en partant de leur ombre, au moment où la longueur de notre ombre est égale à notre taille », cité par Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Gallimard, 1991, page 13. On dispose aussi d'un témoignage de Pline, *Histoire Naturelle*, *ibid*, page 28.

chercheurs. Si les « 99 problèmes de Hilbert » du Congrès des Mathématiciens de 1900 ont essentiellement « fait » le vingtième siècle mathématique, le grand public connaît davantage l'histoire de la « conjecture de Fermat³ » (1637) devenue en 1994 le « théorème de Wiles⁴ ».

- Ce long détour par les mathématiques pour énoncer qu'une analogie avec le monde de l'air et de l'espace peut être envisagée. La première étape est de l'ordre du « savoir et faire », de l'expérience fondamentale qui construit le professionnel. On apprend des mathématiques, on apprend aussi à piloter un avion, *via* des exercices au sol en simulateur, des vols accompagnés, des heures d'expérience avant de justifier la responsabilité de « porter dans sa machine la vie de l'Autre ». Ensuite, l'avion lui-même est un objet industriel fabriqué par l'Homme avec des plans et des indications très précises. De haute technicité (comme en général les premières preuves d'un théorème), ce métier d'ingénieur n'a plus rien à voir avec celui de pilote. Pourtant, il n'a de sens qu'avec le pilote, pour lui, de la même façon que l'utilité sociale du mathématicien prend son sens avec les applications et par l'esthétique et l'art (abstrait) produit par la création mathématique.

- Mais fabriquer un avion, métier des industriels comme Airbus ou Boeing, domaine du « savoir-faire industriel », de la Technique, qui prend ses racines dans l'aptitude qu'a l'Homme d'appriivoiser la Nature, de la maîtrise du feu au téléphone portable, en passant par les magnifiques planches de l'*Encyclopédie*, ne saurait exister sans l'activité abstraite préalable de la conception. Ce troisième point, plus flou que le premier, le complète et le motive. De la même façon que des générations de mathématiciens ont travaillé sur le thème du théorème de Fermat (Fermat, Galois, Taniyama, Weil, Wiles), des centaines d'ingénieurs travaillent pour concevoir, de la grande structure jusqu'aux moindres détails, un produit « fini » comme l'A320, avec les difficultés d'interfaces entre ingénieurs et pilotes qui ont défrayé la chronique.

- Les questions qu'on se pose lors de cette phase préliminaire du « système » sont très simples à formuler : « ça va tenir en l'air ? », « c'est assez solide ? », « ça ne va pas casser ? », « on pourra le piloter ? », « quelle gêne pour le voisinage ? », « il ne vibrera pas trop pour les passagers ? », « il ne va pas coûter trop cher ? », « on va savoir le construire ensemble à l'échelle de l'Europe ? ». L'infini du cadre à poser n'échappera pas au lecteur. Il s'agit d'une activité de « système », de « penser le global », de dérouler des « boucles de conception », de « savoir faire-faire ». Cette activité est réalisée en Europe par le Centre National d'Etudes Spatiales et/ou de la société EADS dans le domaine de l'air et de l'espace. Il faut développer de l'imagination, de la rigueur et du réalisme, puisque ce sont *in fine* d'autres hommes qui vont réaliser le « savoir-faire » qu'ils soient ingénieurs ou mathématiciens.

³ on ne peut pas trouver trois nombres entiers a , b et c supérieurs ou égaux à 1 et un entier n supérieur ou égal à 3 de sorte que $a^n + b^n = c^n$.

⁴ voir la « petite histoire » de ce théorème, par exemple dans le livre d'Albert Ducrocq et André Warusfel, *Les mathématiques, plaisir et nécessité*, Seuil, 2004.

Quelques pistes pour l'éducation

- De nombreux enseignants utilisent déjà, dans leurs cours ou dans des clubs, l'aéronautique comme un support pédagogique motivant pour donner du sens à une discipline vécue comme abstraite et difficile : ici, les mathématiques ne sont plus seulement un jeu de l'esprit, elles peuvent être une question de vie ou de mort. Ici, le concret n'est jamais banal, mais quand le rêve et l'imagination se déploient librement, c'est toujours dans le respect des lois physiques et des calculs mathématiques. Notions importantes pour s'interdire les calculs hasardeux ou approximatifs.
- Un collégien, un élève de Lycée professionnel peut s'initier au monde du pilotage tout en apprenant des mathématiques. Il pourra déterminer l'équilibre par annulation d'une somme vectorielle, évaluer graphiquement le poids apparent, construire et analyser les courbes de la force de portance ou de traînée en fonction de l'incidence, tracer la polaire et déterminer la finesse (rapport de la portance à la traînée). Il pourra déterminer le lien entre pression, température et altitude via le tracé de la courbe de décroissance de la température et de la pression à une altitude donnée. Il comprendra la règle de l'art telle que : « si le pilote souhaite augmenter la vitesse de l'avion tout en gardant le même altitude, il devra réduire l'incidence afin de compenser le supplément de portance dû à l'accroissement de la vitesse de l'appareil ». Il pourra calculer le facteur de charge, et la vitesse périphérique d'une hélice à partir de sa vitesse angulaire.
- On peut faire réfléchir les lycéens aux difficultés de l'approche système, à l'art du « savoir faire-faire » pour l'air et l'espace avec des questions aussi « simples » que « un Boeing pèse plus de trois cents tonnes. Comment peut-il voler, alors qu'il est plus lourd que l'air ? ⁵ ». Toujours à propos d'aérodynamique : « pourquoi les avions ont-ils des formes rondes ? ⁶ »
- Ces questions, les plus difficiles car tournées vers la vie concrète, sont complémentaires d'autres plus précises qui caractérisent le « savoir-faire ». Dans tous ces cas, le « savoir » mathématique est mis en pratique pour résoudre une question de modélisation. Ce savoir-faire permet un lien fort entre le « faire » (le pilotage) et le « savoir » (méthodes mathématiques et numériques). Cette première approche mériterait certainement une réflexion approfondie, avec une progression pédagogique puisque les exemples proposés vont de la proportionnalité ou « règle de trois » (lecture d'un plan à différentes échelles, conversion des altitudes en mètre et feet, conversion des vitesses en feet par sec ou km par heure) à la maîtrise de la géométrie sphérique (repérage, distance entre deux points, chemin le plus court ou chemin le plus rapide à la surface de la Terre) en

⁵ voir le site <http://www.lyc.luynes.ac-aix-marseille.fr/activites/type/aviation/accueil.html>.

⁶ voir les sites <http://wxxi.ac-reims.fr/mazaryk/TPE1/Aerodynamisme/Index.html> et <http://www.planeur.fr.tc> pour le coefficient de traînée. On pourra aussi consulter le cours de Jean Deleury à l'Université de Versailles-Saint-Quentin : <http://www.onera.fr/cours/decollement3d/index.html> et les sites <http://www.onera.fr/conferences/tourbillons-sillage/index.html>, http://fr.ca.encarta.msn.com/encyclopedia_761556643/avion.html, et aussi http://www.infoscience.fr/dossier/aviation/aviation_som.html.

passant par la la mécanique des milieux continus et les équations aux dérivées partielles.

- Enfin, l'aéronautique, par la nécessaire confrontation entre des disciplines diverses, mathématique, physique, chimie, météorologie, géographie, par la nécessité de modéliser (voir plus haut), de communiquer dans différentes langues, ouvre des pistes passionnantes pour l'interdisciplinarité. Dans le cadre des Travaux Personnels Encadrés (TPE), elle est une source d'inspiration particulièrement féconde pour des équipe de lycéens. Par exemple, des lycéens du lycée Descartes de Montigny le bretonneux se sont intéressés aux conséquences de l'accélération sur le corps humain, en élaborant comme problématique: « Qu'est-ce qu'une force d'accélération, et en quoi présente-t-elle les caractéristiques d'une hyper-gravité ? » Avec comme outils mathématiques ceux d'une terminale S : calcul intégral, suites et logarithmes, les élèves ont répondu à leur problématique à l'aide de trois disciplines, les mathématiques, la physique, et les sciences de la vie.

Le rêve et la parole

- Au delà du « faire et savoir », du « savoir-faire » et du « savoir faire-faire », la connaissance mathématique et le vol aérien ou spatial se constituent pour aboutir à partir d'étonnements, de débats, de remarques... Ainsi Zénon d'Elée ⁷ a mis en défaut toute la science de son temps (vers 450 avant J.C.) par la réfutation du mouvement. L'un de ses quatre paradoxes est celui d'Achille et de la tortue. Achille et la tortue font la course. La tortue va plus lentement qu'Achille, mais elle part avec de l'avance. Zénon nous explique pourquoi, selon lui, Achille ne peut jamais rattraper la tortue. Pendant le temps où Achille rejoint le point de départ initial de la tortue, celle-ci a avancé ; donc il n'a pas encore rejoint la tortue qui garde un peu d'avance. Et Achille continue de courir jusqu'au point où la tortue se trouvait lorsqu'Achille a rejoint son point de départ. Mais la tortue a avancé ! Le raisonnement se poursuit à l'infini et Achille ne rattrape donc jamais la tortue !

- Un tel paradoxe, qui pose le conflit entre la pensée, l'idée qu'on peut avoir sur les choses et la réalité (bien sûr qu'Achille rattrape la tortue !) demande de construire des concepts. Ceux-ci mettent du temps à se constituer et pour l'exemple d'Achille, il faut savoir « resommer une série convergente », *id est* maîtriser le calcul différentiel et intégral. Avec la règle de Leibniz ⁸ (1686). Règle enseignée tous les jours dans les lycées. Règle qui permet de tout (!) faire en analyse ainsi qu'en témoigne l'inscription « en lettres d'or » au « Courant Institute » (département de mathématiques de l'Université de New York) : « When you do not know what to do, you integrate by parts ! ».

- Pour l'air et l'espace, on retrouve la même problématique. Au lieu de mettre la pensée en défaut, on rêve l'impossible. Nous connaissons tous les noms d'Icare, Léonard

⁷ voir par exemple l'ouvrage de Jean-Paul Dumont *Les écoles présocratiques*, pages 363 et 867 de l'édition de 1991.

⁸ $d(uv) = (du)v + u(dv)$.

de Vinci, Galilée, Cyrano de Bergerac, Fontenelle ⁹, Jules Verne ou même Tsiolkowski. Ils permettent l'aventure de Blériot, des frères Wright, de Saint Exupéry, de Jacqueline Auriol, de Gagarine et Neil Armstrong. On pense aujourd'hui le vol vers Mars demain ¹⁰.

- Au delà ? Aujourd'hui est comme hier. Les « matheux » et les mécaniciens ont mis beaucoup de temps à se dépêtrer du « paradoxe de d'Alembert » en mécanique des fluides, lequel « démontre », tout comme Zénon le démontrait, que le vol d'un oiseau est impossible... Le plus long, le plus difficile, est de construire un concept, de « négocier » une définition, et ce cheminement aura demandé plus de 1300 ans pour le théorème de Thalès !

- Les paradoxes posés par la connaissance aujourd'hui ne sont pas moindres que ceux d'hier. La physique quantique, par exemple, bouscule les idées reçues. La notion d'« état intriqué » défendue par Bohr (1930) et mise en évidence avec l'expérience d'Aspect (1982) montre que la Nature ne suit pas les *a priori* d'Einstein, Podolsky et Rosen (1935) ni les hypothèses de Bell (1964) sur la localité. On doit remettre en cause l'existence-même de la séparabilité de l'espace ¹¹. On peut rêver ; comment alors aborder l'idée-même d'un nouveau « voyage dans l'espace » ?

⁹ Dans ses *Entretiens sur la pluralité des Mondes* (1686), on lit pages 81 et 82 de l'édition Garnier Flammarion de 1998 : « ... vous ne serez pas si surprise d'entendre dire que la Lune est une terre comme celle-ci, et qu'apparemment elle est habitée. Je n'ai pourtant jamais ouï parler de la Lune habitée, dit-elle, que comme d'une folie et d'une vision. C'en est peut-être une aussi, répondis-je. Je ne prends parti dans ces choses-là que comme on en prend dans les guerres civiles, où l'incertitude de ce qui peut arriver fait qu'on entretient toujours des intelligences dans le parti opposé, et qu'on a des ménagements avec ses ennemis-même. Pour moi, quoique je croie la Lune habitée, je ne laisse pas de vivre civilement avec ceux qui ne le croient pas, et je me tiens toujours en état de me pouvoir ranger à leur oppinion en honneur, si elle avait le dessus ; mais en attendant qu'ils aient sur nous quelque avantage considérable, voici ce qui me fait pencher du côté des habitants de la Lune... ».

¹⁰ avec des solutions proposées parfois étonnantes, comme par exemple celle de Robert Zubrin (*Cap sur Mars, un plan pour l'exploration et la colonisation de Mars par l'homme*, éditions Henri Goursau, Saint-Orens-de-Gameville, 2004) qui propose une mission de mille jours avec production *in situ* des ergols pour le retour !

¹¹ voir par exemple Bernard d'Espagnat, *Traité de physique et de philosophie*, Fayard, 2002.