

Méthodes Mathématiques pour le Traitement du Signal (MAA107)

Devoir 1, à rendre pour la séance numéro 4, mardi 18 octobre 2022

Exercice 1) Fonctions intégrables ?

On se donne un nombre réel α et on pose $f_\alpha(t) = \frac{1}{t^\alpha}$ si $t \geq 1$ et $f_\alpha(t) = 0$ si $t < 1$.

- Quel est l'ensemble de définition de la fonction f_α ?
- Pour quelles valeurs de α la fonction f_α est telle que l'intégrale $I_\alpha \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |f_\alpha(t)| dt$ est convergente, c'est à dire définit un nombre réel ?
- Calculer dans ces cas la valeur du nombre I_α .
- Pour quelles valeurs de α l'intégrale $J_\alpha \equiv \int_{-\infty}^{\infty} (f_\alpha(t))^2 dt$ définit-elle comme un nombre réel ?
- Calculer alors la valeur de J_α .

Exercice 2) Equations différentielles ordinaires

- Quelle est la solution générale de l'équation différentielle (1) $\frac{du}{dt} + 2u(t) = 0$?
- Quelle est la solution de l'équation différentielle (1) associée à la condition initiale (2) $u(0) = 2$?
- Quelle est la solution de l'équation différentielle (3) $\frac{du}{dt} + 2u(t) = 4$ associée à la condition initiale (2) ?
- Quelle est la solution de l'équation différentielle (4) $\frac{du}{dt} + 2u(t) = \sin(t)$ associée à la condition initiale (2) ?
- Vérifier avec soin que la fonction $u(t)$ calculée à la question précédente est effectivement solution des équations (2) et (4).