

Polytech Paris-UPMC
ROB 4
Probabilité mars 2014
Aucun document autorisé
Calculatrice non autorisée
Formulaire joint
1h

Exercice 1

Soit (Ω, E, P) un espace probabilisé, A et B deux événements tels que $P(A) = \frac{1}{3}$ et $P(B) = \frac{1}{2}$

Calculer $P(A \cup B)$ dans chacun des cas suivants :

1. A et B sont des événements incompatibles
2. A et B sont des événements indépendants
3. L'événement A implique l'événement B
4. $P(A/B) = \frac{1}{2}$

Exercice 2

Soit F la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} F(x) = 0 & x \leq 0 \\ F(x) = 1 - e^{-2x} & x > 0 \end{cases}$$

1°) Montrer que F peut être considérée comme la fonction de répartition d'une variable aléatoire X .

2°) Déterminer la densité de probabilité de la variable aléatoire X .

3°) Calculer la moyenne m et l'écart-type σ de X

4°) Calculer la probabilité :

$$P(X \in [m - \sigma, m + \sigma])$$

Une expression avec des exponentielles sera acceptée

Exercice 3

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes définies sur un même espace probabilisé (Ω, E, P) .

X suit la loi $\mathcal{B}(1, p)$, loi de Bernoulli de paramètre p (où $0 < p < 1$).

Y prend les valeurs entières de 0 à n , de manière équiprobables.

On définit sur Ω , la variable aléatoire produit Z :

$$\forall \omega \in \Omega \quad Z(\omega) = X(\omega).Y(\omega)$$

1°) Déterminer $Z(\Omega)$, c'est à dire les valeurs prises par Z .

2°) Calculer $P(Z = 0)$, calculer $P(Z = k)$ pour $k \neq 0$.

3°) Calculer la probabilité conditionnelle $P(X = 0 / Z = 0)$.

Exercice 4

Y est une variable aléatoire qui suit la loi $N(5; 0,5)$, loi normale de paramètres 5 et 0,5.

Calculer la probabilité $P(4,8 < Y < 5,1)$

Barème : ex1 = 4pts, ex2= 8 pts, ex3= 6pts, ex4= 2pts