Université Paris-Sud | **Introduction au calcul scientifique**
Licence de Mathématiques | **S4 UE Math209 - Année 2016-2017**

Exercice supplémentaire sur la méthode de Newton et la méthode de la sécante

Exercice 1 : Le nombre d'or, les méthodes de Newton et de la sécante

Soit le polynôme $P(X) = X^2 - X - 1$. Une de ses racines est le nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ que nous allons essayer d'approcher par la méthode de Newton et la méthode de la sécante.

> RAPPEL : LA MÉTHODE DE NEWTON
>
> La suite des itérés $(x_n)_n$ est construite de la manière suivante : le point $(x_{n+1}, 0)$ est l'intersection de l'axe des abscisses avec la tangente au graphe de f au point $(x_n, f(x_n))$.

1. Programmer une fonction `Newton(x,f,eps)` qui détermine le zéro de f par la méthode de Newton en partant de x_0 =`x`. Le critère d'arrêt sera pris tel que $|x_n - x_{n+1}|$ <`eps`.
2. Tester cette fonction avec le polynôme P, `x`$= 0.6$ et une tolérance de `eps`$= 10^{-10}$.
3. Pour les trois premières itérations, tracer les tangentes aux points $(x_n, f(x_n))$ et à l'aide de marqueurs positionnés sur les itérations x_n vérifier que la tangente en n coupe l'axe des abscisses en x_{n+1}. On pourra fixer la fenêtre graphique avec `plt.axis([0, 8, -5, 40])`.

> RAPPEL : LA MÉTHODE DE LA SÉCANTE
>
> La suite des itérés $(x_n)_n$ est construite de la manière suivante : le point $(x_{n+1}, 0)$ est l'intersection de la droite reliant les points $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ et $(x_n, f(x_n))$ avec l'axe des abscisses.

4. Programmer la méthode de la sécante grâce à une fonction `Secante(x,f,eps)`.
5. Tester cette méthode avec les mêmes paramètres que ceux utilisés aux questions précédentes pour la méthode de Newton.
6. Illustrer la méthode de la sécante en traçant les droites passant par $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ et $(x_n, f(x_n))$ pour les trois premières itérations et en vérifiant qu'elles coupent bien l'axe des abscisses en x_{n+1}. On pourra fixer la fenêtre graphique avec `plt.axis([0, 8, -5, 40])`.
7. Calculer l'ordre de convergence de cette méthode en utilisant le tracé logarithmique `plt.loglog`.