

MATH 104 Groupe A4
Séance du 30 avril 2020

A faire :

1- la fiche 5 deTD : **8h15**

S'assurer d'avoir bien compris les exercices :1 à 4

- *formes algébrique et trigonométrie des complexes*
- *calcul des racines carrées des nombres complexes*

2- Travail sur la fiche suite de la fiche TD 5 :

Objectif : - *Achever thème 2 : équations algébrique du 2nd ordre dans C*
exercices 6 et 8

- *Achever le thème 3 : Racines n-ième*
exercices 9, 11, 12

- *s'essayer au thème 4 : Aller plus loin*
exercices 13, 14, 16

Début et pendant séance :

- **M'informer si vous rencontrez des difficultés** (*je suis joignable pendant le créneau de la séance, comme la semaine dernière*).
- **Penser à remplir et me transmettre votre fichier suivi voir page web** (*recupérer le fichier et modifier le si nécessaire*)
- **J'attends vos questions.**

Fin séance :

Ce fichier sera enrichi d'indications en fin de séance. (*Comme les seances précédentes*).

INDICATIONS :

8 h 20

Thème 2 : Racines carrées et racines de polynômes de second degré :

- **Racine carrée :** soit $z = a + ib$ donné, on cherche x, y tels $(x + iy)^2 = a + ib$
- **Résolution d'équation** $az^2 + bz + c = 0$, **a non nul :** on remarque qu'il faut pouvoir calculer les racines carrées du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ En effet utilisant de début de développement d'un carré on a $az^2 + bz + c = 0$ devient $a\left(z + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a} - c$ soit

$$\left(z + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{(2a)^2}$$

- Ainsi tout dans cette partie on sera amené à calculer les racines carrées des complexes : **8h20**

Exercice 6 : On résout quelques équations algébriques du second ordre dans \mathbb{C}

Les étapes sont :

- Calcul du discriminant
- Calcul des racines carrées du discriminant
- Dédution des solutions de l'équation algébrique

1 - $z^2 - 2iz - 1 + 2i = 0$ Solutions attendues : $z_1 = -1 + 2i$ et $z_2 = 1$

2 - $iz^2 + (4i - 3)z + i - 5 = 0$ Solutions attendues : $z_1 = -3 - 2i$ et $z_2 = -2 - i$

3 - $z^2 - (7 + i)z + 12 + 3i = 0$ Solutions attendues : $z_1 = 3$ et $z_2 = 4 + i$

!!!! Corrigé dans 20 min !!!!!

: 8h40

Exercice 8 : utilisation des sommes et produit des racines de l'équation du second ordre

- Dédution des solutions de $z^2 - 2i \sin(\theta)z - 1 = 0$
- Dédution de solution de $z^2 - e^{i\theta}z + \frac{i}{2} \sin(\theta) = 0$

!!!! Corrigé dans 10 min !!!!!

Thème 3 : Racines n-ième

Exercice 9 : Calcul des racines complexes des équations

: 8h55

1- $z^5=1$ ici ce sont les racines 5-ième de l'unité qu'on cherche !

Il faudra remarquer :

- la nécessité de passer par la forme trigonométrique
- comprendre pourquoi on aura 5 racines

2- $z^7=-i$ 3- $z^5=(1+i\sqrt{3})^4$ 4- $z^5=(1+i)^2$ 5- $z^7=\frac{(1+i\sqrt{3})^4}{(1+i)^2}$

Ici ce sont les racines n-ième d'un nombre complexe Z que l'on cherche !

On pourra remarquer qu'il suffit de déterminer

- toutes les racines n-ième de l'unité
- une racine n-ième triviale du complexe Z, (i.e déduite de sa forme trigonométrique)

Pour déterminer toutes les racines n-ièmes du complexe Z.

!!!! Corrigé dans 30 min !!!!

Exercice 11 Utilisation des racines

: 9h25

A la question 4, on cherche A et B sachant leur somme $A+B$ et leur produit $A B$

On pose une équation du second ordre pour les déterminer .

Ensuite il faudra dire laquelle des deux solutions de l'équation du second ordre est A et laquelle est B !!!

Indication: A et B seront conjugués il faudra alors analyser l'expression de $A = z_0 + z_0^2 + z_0^4$ pour indiquer quel peut-être le signe de sa partie imaginaire

Exercice 12 Utilisation des racines

C'est à l'image de l'exercice précédent. Cette fois on parvient à exprimer

$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ avec des radicaux!

!!!! Corrigé dans 30 min !!!!

Thème 4 : Pour Aller plus loin

9h55

Exercice 13 :

On se ramène à une équation du second ordre par un changement de variable . Z
 $= z^3$

Puis on détermine les racines cubiques des deux solutions obtenues

Je vous laisse le faire

Exercice 14 :

Attention l'indication fournie (*existence de solution réelle semble erronée*) !!!!!!!!!!

Exercice 16: Sommation et produits des racines n-ième de l'unité

!!!! Indications et Corrigés dans 15 min !!!!!