Marathon d'Orsay de Mathématiques

Septembre 2016

Le Marathon d'Orsay de Mathématiques est une activité mathématique et ludique qui vous est proposée en dehors de tout cadre d'études. Vous trouverez quelques problèmes de mathématiques ci-dessous. Leur résolution ne relève pas de l'application de recettes enseignées dans des cours avancés, mais nécessitent plutôt une réflexion approfondie et une adaptation aux situations nouvelles. En ce sens, résoudre de tels problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur.

Pour résoudre ces problèmes correctement, il vous est demandé de justifier très soigneusement vos réponses, comme dans une démonstration. Vos solutions peuvent être envoyées par email à `marathon.orsay@math.u-psud.fr` ou sur papier dans une boîte en carton prévue à cet effet au rez-de-chaussée du bâtiment 425, dans le couloir à droite du hall d'entrée principal, à hauteur du visage après le premier groupe de casiers.

Toutes les solutions doivent nous parvenir au plus tard le **lundi 17 octobre 2016 à 14h**. Les solutions reçues tardivement ne seront plus prises en considération. Merci d'indiquer clairement votre nom, prénom, année d'études, filière et adresse email (pour recevoir les problèmes suivants). Les moins jeunes sont également invités à participer si ils le souhaitent ; dans ce cas, merci d'indiquer votre statut. Ceux qui souhaitent recevoir les énoncés des problèmes suivants sans fournir de solutions pour les problèmes ci-dessous, peuvent le demander à l'adresse email ci-dessus.

Les noms de ceux ayant fourni une solution correcte seront listés lors de la parution des problèmes suivants. Les participants ayant résolu au moins la moitié des problèmes durant l'année 2016-2017 seront invités à une petite cérémonie.

Problème 1

Trouver toutes les solutions $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ de l'équation $a^2 + a - b^3 = 0$.

Problème 2

Dans un plan, on considère deux cercles C_1 et C_2 de rayons respectifs 1 et 3, dont les centres sont distants de 10. Déterminer le lieu des points m pour lesquels il existe des points $x \in C_1$ et $y \in C_2$ tels que m est le milieu du segment xy.

Problème 3

Pour n un entier positif impair, on considère un échiquier $n \times n$ dont les cases sont coloriées alternativement en noir et en blanc (deux cases avec un côté en commun ont ainsi des couleurs différentes) de sorte que les quatre coins sont noirs. On souhaite couvrir toutes les cases noires de cet échiquier avec des pièces de bois constituées de trois carrés de même taille que les cases et disposés en L (chaque carré devra couvrir exactement une case de l'échiquier). Pour quelles valeurs de n est-il possible de le faire sans que ces pièces ne se chevauchent ou débordent de l'échiquier ? Pour ces valeurs de n, quel est le nombre minimal de pièces nécessaires ?