# Marathon d'Orsay de Mathématiques

Septembre 2015

Le Marathon d'Orsay de Mathématiques est une activité mathématique et ludique qui vous est proposée en dehors de tout cadre d'études. Vous trouverez quelques problèmes de mathématiques ci-dessous. Leur résolution ne relève pas de l'application de recettes enseignées dans des cours avancés, mais nécessitent plutôt une réflexion approfondie et une adaptation aux situations nouvelles. En ce sens, résoudre de tels problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur.

Pour résoudre ces problèmes correctement, il vous est demandé de justifier très soigneusement vos réponses, comme dans une démonstration. Vos solutions peuvent être envoyées par email à `marathon.orsay@math.u-psud.fr` ou sur papier dans une boîte en carton prévue à cet effet au rez-de-chaussée du bâtiment 425, dans le couloir à droite du hall d'entrée principal, à hauteur du visage après le premier groupe de casiers.

Toutes les solutions doivent nous parvenir au plus tard le **jeudi 15 octobre 2015 à 14h**. Les solutions reçues tardivement ne seront plus prises en considération. Merci d'indiquer clairement votre nom, prénom, année d'études, filière et adresse email (pour recevoir les problèmes suivants). Ceux qui souhaitent recevoir les énoncés des problèmes suivants sans fournir de solutions pour les problèmes ci-dessous, peuvent le demander à l'adresse email ci-dessus.

Les noms de ceux ayant fourni une solution correcte seront listés lors de la parution des problèmes suivants. Les participants ayant résolu au moins la moitié des problèmes durant l'année 2015-2016 seront invités à une petite cérémonie.

## Problème 1

Soit $p(x)$ un polynôme à coefficients entiers tel que $p(2) = r$ et $p(r) = r + 2$. Quelles sont toutes les valeurs possibles de $r$ ?

## Problème 2

Dans le plan euclidien, on construit deux carrés $ABMN$ et $BCQP$ sur les côtés $AB$ et $BC$ d'un triangle $ABC$, à l'extérieur de celui-ci. Démontrer que les centres de ces carrés et les milieux de $AC$ et $MP$ sont les sommets d'un carré.

## Problème 3

Un club de philatélistes compte $m$ membres. Lors d'une réunion, on remarque que chaque membre a dans sa collection un ou plusieurs timbres en commun avec exactement $n$ autres membres. Quelles sont toutes les valeurs possibles du couple $(m, n)$ d'entiers strictement positifs ?