

MARATHON D'ORSAY DE MATHÉMATIQUES

Résultats de la troisième vague de janvier 2021

Voici les solutions de la troisième vague de problèmes avec les noms des participants qui ont fourni une solution correcte.

Solution du problème 9 : Grogu gagnera la partie en jouant de la manière suivante. Au premier tour, il place le chiffre 0 dans la case la plus à droite. Ensuite, après que Luke ait placé le chiffre d dans l'une des 6 cases restantes, Grogu place le même chiffre d dans l'unique case distante de 3 emplacements parmi ces 6 cases. Ainsi, considérant que chaque case vide correspond temporairement au chiffre 0, le nombre à 7 chiffres est nul donc multiple de 13 après le premier coup de Grogu. Ensuite, à chaque fois que Luke puis Grogu jouent, ce nombre augmente de d fois 1001. Comme $1001 = 77 \times 13$, c'est encore un multiple de 13, y compris lorsque Grogu joue pour la dernière fois.

Ont fourni une solution correcte : A. Crovisier (1ère au Lycée Lakanal, à Sceaux), Z. Hamimed (1ère au Lycée François Mauriac, à Andrézieux-Bouthéon), A. Le Helloco (1ère au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), O. Lemoine (1ère au Lycée Marguerite Yourcenar, à Morangis), M. Billon (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), C. Boden (Tle au Lycée Saint Jean Hulst, à Versailles), M. Camus (Tle au Lycée Louis-le-Grand, à Paris), V. Defransure (Tle au Lycée Sophie Barat, à Châtenay-Malabry), E. Ehrhart (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), P. Ferino (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), O. Feuilland (Tle au Lycée Léonard de Vinci, à Levallois-Perret), A. Jiao (Tle à l'Institut Notre-Dame, à Meudon), F. Kovarik (Tle au Lycée Saint Jean Hulst, à Versailles), F. Le Febvre de Nailly (Tle au Lycée Sainte-Ursule, à Paris), V. Llorca (Tle au Lycée Louis de Broglie, à Marly-le-Roi), A. Miller (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), L. Polderman (Tle au Lycée Saint Jean Hulst, à Versailles), C. Spittaël (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), A. Thuillier (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), G. Tourneux (Tle au Lycée Louis Bascan, à Rambouillet), S. Tsang (Tle au Lycée Racine, à Paris), P. Varnet (Tle au Lycée Henry-IV, à Paris), A. Fourré (Tle S au Lycée Franco-Allemand, à Buc), S. Meziane (Tle SMP au Lycée Franco-Allemand, à Buc), A. Corbineau (MPSI au Lycée Louis-le-Grand, à Paris), Y. Dillies (1ère Bachelor à Cambridge University, à Cambridge), J. de Sainte Marie (MP au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), N. Déhais (MP* au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), E. Benyahia (1ère à l'ENSTA Paris, à Palaiseau), L. Rolland (1ère à l'ENSTA Paris, à Palaiseau), K. Lebreton (L3 magistère à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), D. Perrot (L3 magistère à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), A. Bouzidi (L3 math à Sorbonne Université, à Paris), P. Drouvillé (M1 Hadamard à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), M.-S. Chen (M1 maths à Sorbonne Université, à Paris), M. Gauvrit (M1 maths à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), V. Aubry (M2 agrégation à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), D. Girault (M2 agrégation à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), T. Lenoir (M2 agrégation à l'ENS et ENS Paris-Saclay, à Paris et Gif-sur-Yvette), M. A. Ben Ghaleb (M2 optimisation à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), P.-A. Monard (4ème et M2 agreg à l'ENS et ENS Paris-Saclay, à Paris et Gif-sur-Yvette), E. Monard (3ème à CentraleSupélec, à Gif-sur-Yvette), O. Collin (Césure M2-thèse à l'ENS, à Paris), J. Muller (doctorant au LAGA - Institut Galilée (Université Sorbonne Paris Nord), à Villetaneuse), H. Jallouli (Analyste Quantitatif à la Deutsche Bank, à Londres), V. Lefèvre

(CR INRIA au LIP, ENS de Lyon, à Lyon), C. Palamidessi (Chercheuse à l'INRIA Saclay, à Palaiseau), M. Farid (Consultant chez Awalee Consulting, à Paris), B. Berached (Ingénieur informaticien, à Massy), C. Romon (Secrétaire Général de la MIQCP, à La Défense), D. Collignon (Attaché statisticien pour le secrétariat général du ministère de la justice, à Aix-en-Provence), C. Lemonnier (Prof de maths au Lycée Napoléon, à L'Aigle), M.-Y. Gueddari (Stagiaire à l'Institut Louis Bachelier DataLab).

Solution du problème 10 : Il existe une stratégie utilisable par Zoé et Axel afin qu'Axel trouve le chèque à coup sûr, donc avec une probabilité égale à 1. Comme il y a $8 = 2^3$ enveloppes, on peut les numéroter celles-ci par des nombres de 1 à 8, ou bien par des nombres à 3 chiffres en binaire. Il suffit à Zoé de transmettre un tel nombre binaire à Axel pour gagner. Ils peuvent décider que le premier chiffre binaire de ce nombre est la parité du nombre d'enveloppes avec rabat visible, parmi les enveloppes 1 à 4. Si cette parité a déjà la bonne valeur après les manipulations de l'animateur, Zoé n'a qu'à retourner l'une des enveloppes de 5 à 8. Le 2ème chiffre binaire sera la parité de rabats visibles parmi les enveloppes 1, 2, 5 et 6. Le 3ème chiffre sera la parité des rabats visibles parmi les enveloppes 1, 3, 5 et 7. Ainsi, suivant que la parité de chacun des 3 chiffres binaires est déjà correcte ou non, cela déterminera uniquement quelle enveloppe Zoé doit retourner pour transmettre à Axel le numéro en binaire de l'enveloppe contenant le chèque.

Ont fourni une solution correcte : A. Le Helloco (1ère au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), M. Billon (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), C. Boden (Tle au Lycée Saint Jean Hulst, à Versailles), V. Defransure (Tle au Lycée Sophie Barat, à Châtenay-Malabry), P. Fritsch (Tle au Lycée Hélène Boucher, à Paris), A. Jiao (Tle à l'Institut Notre-Dame, à Meudon), V. Llorca (Tle au Lycée Louis de Broglie, à Marly-le-Roi), A. Miller (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), L. Polderman (Tle au Lycée Saint Jean Hulst, à Versailles), J. Scardigli (Tle au Lycée Passy Buzenval, à Rueil-Malmaison), P. Varnet (Tle au Lycée Henry-IV, à Paris), A. Fourré (Tle S au Lycée Franco-Allemand, à Buc), S. Meziane (Tle SMP au Lycée Franco-Allemand, à Buc), A. Corbineau (MPSI au Lycée Louis-le-Grand, à Paris), Y. Dillies (1ère Bachelor à Cambridge University, à Cambridge), J. de Sainte Marie (MP au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), N. Déhais (MP* au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), K. Lebreton (L3 magistère à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), A. Bouzidi (L3 math à Sorbonne Université, à Paris), P. Drouvillé (M1 Hadamard à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), A. Zidani (M1 Hadamard à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), M.-S. Chen (M1 maths à Sorbonne Université, à Paris), M. Gauvrit (M1 maths à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), V. Aubry (M2 agrégation à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), T. Lenoir (M2 agrégation à l'ENS et ENS Paris-Saclay, à Paris et Gif-sur-Yvette), P.-A. Monard (4ème et M2 agreg à l'ENS et ENS Paris-Saclay, à Paris et Gif-sur-Yvette), E. Monard (3ème à CentraleSupélec, à Gif-sur-Yvette), O. Collin (Césure M2-thèse à l'ENS, à Paris), J. Muller (doctorant au LAGA - Institut Galilée (Université Sorbonne Paris Nord), à Villetaneuse), H. Jallouli (Analyste Quantitatif à la Deutsche Bank, à Londres), V. Lefèvre (CR INRIA au LIP, ENS de Lyon, à Lyon), C. Palamidessi (Chercheuse à l'INRIA Saclay, à Palaiseau), C. Romon (Secrétaire Général de la MIQCP, à La Défense), D. Collignon (Attaché statisticien pour le secrétariat général du ministère de la justice, à Aix-en-Provence), C. Lemonnier (prof de maths au Lycée Napoléon, à L'Aigle).

Solution du problème 11 : Il n'existe qu'une seule valeur réelle possible pour la troisième expression de l'énoncé. En effet, les trois expressions de l'énoncé sont de la forme $h(n) = \sin(n)x_1 + \sin(n+1)x_2 + \dots + \sin(n+6)x_7$. La fonction h peut aussi s'écrire sous la forme $h(n) = A \sin(n) + B \cos(n)$. On sait que $h(1) = A \sin(1) + B \cos(1) = 1$ et $h(2) =$

$A \sin(2) + B \cos(2) = 10$ de sorte que $A = \frac{10 \cos(1) - \cos(2)}{\sin(1)}$ et $B = \frac{-10 \sin(1) + \sin(2)}{\sin(1)}$. On en déduit que l'expression recherchée est $h(3) = 20 \cos(1) - 1$.

Ont fourni une solution correcte : A. Le Helloco (1ère au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), M. Billon (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), E. Ehrhart (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), P. Ferino (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), A. Miller (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), C. Spittael (Tle au Lycée Saint-François d'Assise, à Montigny-le-Bretonneux), P. Varnet (Tle au Lycée Henry-IV, à Paris), A. Fourré (Tle S au Lycée Franco-Allemand, à Buc), S. Meziane (Tle SMP au Lycée Franco-Allemand, à Buc), A. Corbineau (MPSI au Lycée Louis-le-Grand, à Paris), M. Baccara (MP au Lycée Jean-Baptiste Corot, à Savigny-sur-Orge), N. Déhais (MP* au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), L. Rolland (1ère à l'ENSTA Paris, à Palaiseau), K. Lebreton (L3 magistère à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), D. Perrot (L3 magistère à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), A. Bouzidi (L3 math à Sorbonne Université, à Paris), J. Ratovondranto (L3 math à Sorbonne Université, à Paris), I. Tauil (2ème à l'École Polytechnique, à Palaiseau), A. Zidani (M1 Hadamard à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), M.-S. Chen (M1 maths à Sorbonne Université, à Paris), M. Gauvrit (M1 maths à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), T.-T. Nghiem (M2 AAG à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), V. Aubry (M2 agrégation à l'ENS Paris-Saclay, à Gif-sur-Yvette), D. Girault (M2 agrégation à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), T. Lenoir (M2 agrégation à l'ENS et ENS Paris-Saclay, à Paris et Gif-sur-Yvette), M. A. Ben Ghaleb (M2 optimisation à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), P.-A. Monard (4ème et M2 agreg à l'ENS et ENS Paris-Saclay, à Paris et Gif-sur-Yvette), E. Monard (3ème au CentraleSupélec, à Gif-sur-Yvette), O. Collin (Césure M2-thèse à l'ENS, à Paris), J. Muller (doctorant au LAGA - Institut Galilée (Université Sorbonne Paris Nord), à Villetaneuse), H. Jallouli (Analyste Quantitatif à la Deutsche Bank, à Londres), V. Lefèvre (CR INRIA au LIP, ENS de Lyon, à Lyon), C. Palamidessi (Chercheuse à l'INRIA Saclay, à Palaiseau), M. Farid (Consultant chez Awalee Consulting, à Paris), B. Berached (Ingénieur informaticien, à Massy), C. Romon (Secrétaire Général de la MIQCP, à La Défense), D. Collignon (Attaché statisticien pour le secrétariat général du ministère de la justice, à Aix-en-Provence), C. Lemonnier (Prof de maths au Lycée Napoléon, à L'Aigle), M.-Y. Gueddari (Stagiaire à l'Institut Louis Bachelier DataLab).

Solution du problème 12 : Pour alléger les notations, on utilisera la somme cyclique \sum_{cyc} qui consiste à additionner une expression en a, b, c avec deux autres expressions obtenues par une permutation cyclique de ces 3 lettres. Avec cette notation, l'inégalité recherchée s'écrit $\sum_{cyc} \frac{1}{a^2+b^2+2} \leq \frac{3}{4}$ et est équivalente à $\sum_{cyc} \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+2} \geq \frac{3}{2}$. Par l'inégalité de Cauchy-Schwarz appliquée aux vecteurs dont les composantes sont les permutations cycliques de $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+2}}$ et de $\sqrt{a^2+b^2+2}$, on a $\sum_{cyc} \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+2} \geq \frac{(\sum_{cyc} \sqrt{a^2+b^2})^2}{\sum_{cyc} a^2+b^2+2} = \frac{(\sum_{cyc} \sqrt{a^2+b^2})^2}{2(a^2+b^2+c^2+3)} = \frac{2(a^2+b^2+c^2)+2\sum_{cyc} \sqrt{b^2+a^2}\sqrt{b^2+c^2}}{2(a^2+b^2+c^2+3)}$. Par l'inégalité de Cauchy-Schwarz appliquée aux vecteurs (b, a) et (b, c) , cette dernière quantité est bornée inférieurement par $\frac{2(a^2+b^2+c^2)+2\sum_{cyc} (b^2+ac)}{2(a^2+b^2+c^2+3)} = \frac{4(a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc+ac)}{2(a^2+b^2+c^2+3)} = \frac{3(a^2+b^2+c^2)+(a+b+c)^2}{2(a^2+b^2+c^2+3)} = \frac{3}{2}$ comme souhaité.

Ont fourni une solution correcte : Z. Hamimed (1ère au Lycée François Mauriac, à Andrézieux-Bouthéon), A. Le Helloco (1ère au Lycée Blaise Pascal, à Orsay), M. Billon (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), A. Miller (Tle au Lycée Franco-Allemand, à Buc), P. Varnet (Tle au Lycée Henry-IV, à Paris), A. Fourré (Tle S au Lycée Franco-Allemand, à Buc), S. Meziane (Tle SMP au Lycée Franco-Allemand, à Buc), K. Lebreton (L3 magistère à l'Université Paris-Saclay, à Orsay), A. Bouzidi (L3 math à Sorbonne

Université, à Paris), M. Graczyk (L3 math à Sorbonne Université, à Paris), M.-S. Chen (M1 maths à Sorbonne Université, à Paris), J. Muller (doctorant au LAGA - Institut Galilée (Université Sorbonne Paris Nord), à Villetaneuse), H. Jallouli (Analyste Quantitatif à la Deutsche Bank, à Londres), V. Lefèvre (CR INRIA au LIP, ENS de Lyon, à Lyon), C. Palamidessi (Chercheuse à l'INRIA Saclay, à Palaiseau), M. Farid (Consultant chez Awalee Consulting, à Paris), C. Romon (Secrétaire Général de la MIQCP, à La Défense), D. Collignon (Attaché statisticien pour le secrétariat général du ministère de la justice, à Aix-en-Provence), M.-Y. Gueddari (Stagiaire à l'Institut Louis Bachelier DataLab).