

## Restauration d'un signal structuré

Vous trouverez ci-dessous quelques éléments pour votre projet:

**Question T4:** il suffit de dire de quel problème de minimisation  $\beta^*$  est solution et si cette solution peut être évaluée facilement d'un point de vue numérique.

**Question S1:** le plus simple pour vous est de transformer le problème de minimisation pour  $\beta^*$  en un problème de *quadratic programming*. En effet, chercher le minimum

$$\min_{\beta \in \mathbb{R}^p} \|Y - X\beta\|^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|$$

est équivalent à chercher le minimum

$$\min_{\beta^+ \in \mathbb{R}_+^p, \beta^- \in \mathbb{R}_+^p} \|Y - X\beta^+ + X\beta^-\|^2 + \lambda \sum_{j=1}^p (\beta_j^+ + \beta_j^-).$$

En posant  $\bar{X} = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & -X \end{bmatrix}$  et  $\bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta^+ \\ \beta^- \end{bmatrix}$ , cela s'écrit

$$\min_{\bar{\beta} \in \mathbb{R}_+^{2p}} \|Y - \bar{X}\bar{\beta}\|^2 + \lambda \mathbf{1}^T \bar{\beta}$$

qui est exactement un problème de *quadratic programming*. Il existe des toolbox pour résoudre ces problèmes, par exemple `quapro`, `p1d`, `qpsolve`.