

Examen de Théorie des Graphes – 2ème session

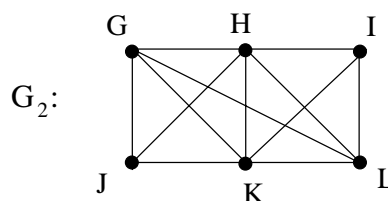
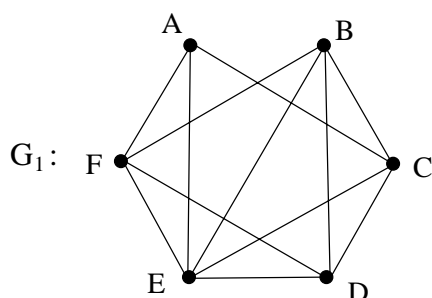
24 juin 2006 – Durée : 2 heures

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Indiquez en clair sur votre copie si vous êtes en L1 ou en L2.

Exercice 1. Existe-t-il un graphe simple à 5 sommets tel que la liste des degrés des sommets est 2, 2, 2, 3, 3? Si oui, dessinez-en un.

Exercice 2. Les graphes suivants sont-ils isomorphes? Justifier la réponse.



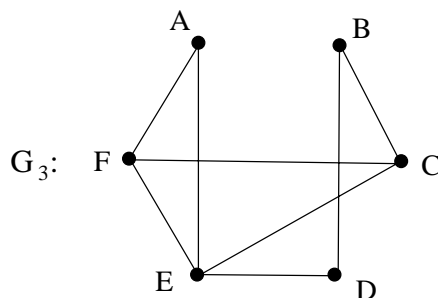
Exercice 3. 8 personnes, désignées par les lettres A, B, C, D, E, F, G, H, se rencontrent lors d'une soirée. Certaines personnes sont amies, d'autres ne se connaissent pas.

- A est ami avec C, E et F,
- B est ami avec D et G,
- C est ami avec A et F,
- D est ami avec B et G,
- E est ami avec A, F, et H,
- F est ami avec A, C et E,
- G est ami avec B et D,
- H est ami avec E.

a) Représenter cette situation par un graphe dans lequel 2 personnes amies sont reliées par une arête. Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.

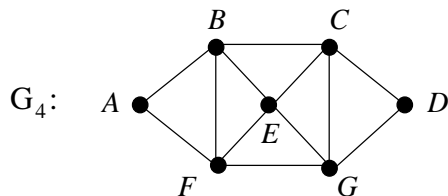
b) Au cours de la soirée, C devient ami avec les amis de ses amis (y compris quand il s'agit de nouveaux amis, rencontrés lors de la soirée). Est-il ami avec tout le monde à la fin de la soirée? Formuler la question en termes de graphes et justifier la réponse.

Exercice 4. Voici le plan de bus d'une ville. Pour se rendre d'un point à un autre, on choisit l'itinéraire avec le moins de changements possibles. Calculer le nombre de bus nécessaires pour aller de n'importe quel point à n'importe quel autre (justifier la réponse). Quel est le trajet nécessitant le plus de changements?

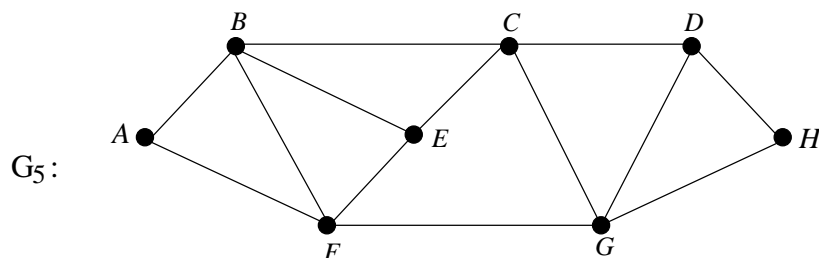


Exercice 5.

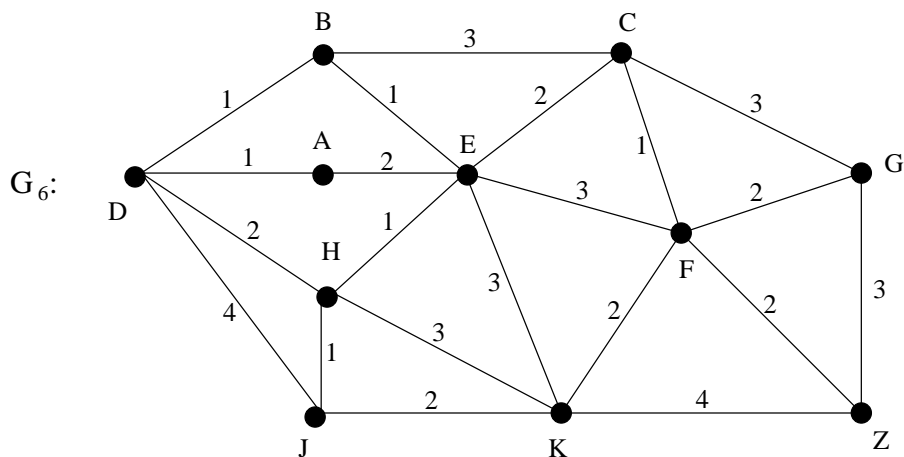
a) Le graphe suivant a-t-il un cycle hamiltonien ? Si oui, donnez-en un.



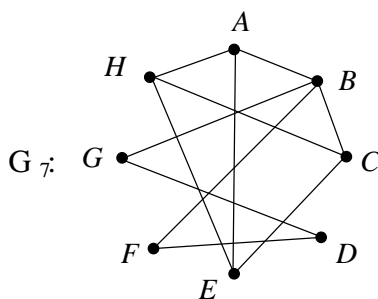
b) Le graphe suivant a-t-il un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne ? Si oui, donnez une chaîne ou un cycle eulérien.



Exercice 6. Le graphe suivant représente un réseau ferroviaire avec les temps de trajet (en heures) entre les gares. Utiliser l'algorithme de Dijkstra pour déterminer le temps minimum pour aller de A à Z et donner l'itinéraire le plus rapide.



Exercice 7. En justifiant la réponse, donner le nombre chromatique du graphe suivant :



Barème indicatif : 1,5 - 1,5 - 3 - 3 - 3 - 5 - 3