

Exercice 1 (sur 2.5 pts)

- écrire l'équation homogène : 0.5 pt

- résoudre (H) $y' = 3y$: 0.5 pt

Toutes les méthodes sont acceptées pour résoudre (H) (on n'a probablement pas tous fait la même méthode en cours), notamment :

. dire qu'on prend une primitive de la fonction devant y et donner la formule des solutions,

. dire qu'il suffit de trouver une solution strictement positive pour en déduire toutes les solutions et chercher une solution > 0 en séparant les variables (sans problème de signe)

- variation de la constante : 0.5 pt pour arriver à $\lambda' = \dots$

- solution générale : 1 pt

Exercice 2 (sur 3 pts + 0,5 bonus)

1. 0.5 pt (il faut voir les arguments : fonction nulle solution + Cauchy-Lipschitz)

2. 1.5 pt pour trouver la formule $y = \dots$

Ils doivent préciser que y ne s'annule pas (sinon, on enlève 0.5 pt), mais on ne les pénalise pas s'ils ne discutent pas de l'intervalle de vie (ce n'est pas demandé). Mettre +0.5 pt à ceux qui donnent les intervalles de vie dans le cas général.

3. - formule pour la solution : 0.5 pt

- intervalle de vie : 0.5 pt

Exercice 3 (sur 4 points)

1. - donner la valeur de la pente en (x, y) : 0.5 pt

- trouver les points où le champ de tangentes n'est pas défini : 0.5 pt

- trouver les points où la pente est nulle : 0.5 pt

- trouver les points où c'est > 0 ou < 0 : 1 pt

- dessin : 0.5 pt pour les ensembles et 0.5 pt pour esquisse du champ de tangentes

2. - esquisse solution passant par $(1, 1)$: 0.5 pt

Exercice 4 (sur 6,5 pts)

1. 1 pt (il faut voir les arguments : fonction nulle solution + Cauchy-Lipschitz + TVI)

2. 1 pt

3. 1 pt

4. - $f > 0$: 0.5 pt (il faut voir les arguments : question 1 + $f(0) > 0$)

- $f < g_2$: 1 pt. Il faut qu'ils vérifient les hypothèses : dire que g_2 est sous-solution et que $f(0) < g_2(0)$. D'où $f < g_2$ sur $]a, 0]$ (enlever 0.5 si l'intervalle n'est pas précisé).

5. - non explosion implique que $a = -\infty$: 1 pt

- limite en $+\infty$ (gendarmes) : 1 pt

Exercice 5 (sur 4.5 points + bonus)

1. 0.5 pt

2. - encadrement : 2 pts (prendre $x_0 \in I$, $y_0 = f(x_0)$, utiliser Cauchy-Lipschitz + question 1 pour dire que y_0 pas multiple de π , d'où $\exists k$, $k\pi < y_0 < (k+1)\pi$, ce qui implique par Cauchy-Lipschitz + TVI l'encadrement pour tout $x \in I$ – on accepte un raisonnement plus géométrique : solutions ne coupant pas les solutions horizontales, mais il faut voir les arguments Cauchy-Lipschitz + TVI – enlever 0.5 pt si pas TVI).

- définie sur \mathbb{R} (non explosion) : 1 pt

- strictement monotone (signe de y' à l'aide de l'encadrement) : 1 pt

3. question bonus (sur 2 points)

a) 0,5 pt

b) - $G(f(x)) = x + C$: 0,5 pt

- expression de f : 1 pt (arguments : CI + question 2 impliquent $0 < f < \pi$, calcul de $C = 0$ avec CI, formule de f)