

Rapport sur l'échange ENS-CMI

Nicolae Mihalache

Août - Septembre 2003

Généralités

Dans la période 7 août - 21 septembre 2003 j'ai participé à l'échange entre *ENS* et *Chennai Mathematical Institute*. La première partie de mon séjour s'est déroulée à Chennai (Madras) où j'ai enseigné un cours et a duré six semaines. Pendant la dernière semaine j'ai visité *Tata Institute of Fundamental Research* à Mumbai (Bombay) où j'ai exposé mon mémoire de DEA.

Je suis parti en Inde avec Xavier Rival et Ramona Anton. On est restés ensemble la plupart de temps, sauf certains week-ends quand on avait des plans différents pour visiter le pays ou les autres instituts.

Enseignement

J'ai enseigné un cours intitulé **Introduction to the Theory of Dynamical Systems** aux élèves de deuxième et troisième année à CMI. Comme il s'agissait d'un cours optionnel qui durait la moitié d'un semestre (donc pas beaucoup de crédits) j'ai eu seulement quatre étudiants qui l'ont suivi jusqu'à la fin. J'ai essayé de faire une présentation du domaine en abordant différentes branches de la dynamique avec des exemples et résultats classiques. La fin du cours a été plus spécialisée sur la dynamique réelle en dimension 1 ayant comme but de rendre accessible aux étudiants mon exposé.

J'ai utilisé comme références pour préparer ce cours le livre *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems* de Katok et Hasselblatt, les notes de cours de DEA de systèmes dynamiques enseigné à Orsay par Jacek Graczyk et Duncan Sands et les notes de cours enseigné par Sébastien Gouëzel à CMI pendant l'été 2002. L'examen a été sous la forme de devoir à la maison (pendant un week-end) et les résultats ont été assez bons.

J'ai suivi des conseils de Shiva Shankar et K. R. Nagarajan concernant le contenu du cours et la façon d'aborder les problèmes avec les étudiants. Les conditions de travail étaient très bonnes : bureau climatisé, accès à la bibliothèque

et connexion internet. Les problèmes administratifs ont toujours été résolus avec efficacité par S. Sripathy.

Contenu du cours :

1. The Principal Branches of Dynamics
 - The notion of dynamical system (Ergodic theory, Topological dynamical systems, Differentiable dynamics, Symplectic dynamics, Complex dynamics)
 - Some basic examples and notions
 - Ergodic theory (Poincaré's and Birkoff's theorems)
 - Differentiable dynamics (manifold, tangent bundle, flows)
 - Topological dynamics (an example : subshift of finite type)
2. One-Dimension Dynamics
 - Circle homeomorphisms
 - Unimodal maps, attractors
 - Hausdorff dimension of fractal attractors (Graczyk and Kozlovski's theorem ; some computer estimates)

Exposés

J'ai exposé mon mémoire de DEA à TIFR Bangalore, à CMI et à TIFR Mumbai

Hausdorff Dimension of Fractal Attractors (of Unimodal Maps).

Abstract

Unimodal maps define dynamical systems on a compact interval.

We use the result of J. Graczyk and O. S. Kozlovski that there is a constant $\sigma < 1$ such that any fractal attractor of a C^4 unimodal map with non-degenerate critical point has the Hausdorff dimension smaller than σ .

Fractal attractors are characterized by the combinatorics of the branches (like Cantor sets). The Feigenbaum attractor is the result of infinite many bifurcations in a full family of unimodal maps (for example the quadratic family). We give a numerical method of finding the quadratic map that has an imposed attractor structure. We find a new way of computing its Hausdorff dimension.

We conjecture that $\sigma = 0.538045143\dots$, value which is the Hausdorff dimension of the Feigenbaum attractor.

À Bangalore j'ai été accueilli par Mythily Ramaswamy et B. R. Nagaraj et j'ai eu mon bureau - même si j'étais là bas pour une très courte période, du 5

au 7 septembre - et accès à la bibliothèque. J'ai pu préparer des transparents et l'exposé s'est déroulé correctement. Malheureusement il n'y a eu que deux ou trois questions à la fin.

À CMI il y avait plus de monde (et des étudiants) lors de mon exposé qui a eu lieu le 9 septembre. J'ai eu des questions et des gens qui ont suivi jusqu'à la fin.

On est restés une semaine à TIFR Mumbai, du 13 au 21 septembre. On a été impressionnés par l'institut (une très grande bibliothèque, surtout pour les périodiques, beaucoup d'exposés et des gens intéressés par tous les domaines). On a été accueillis par le Doyen S.M. Bhatwadekar, par le secrétaire D.B. Sawant (très efficace pour tout problème administratif) et par Eknath Ghate. J'ai eu des discussions intéressantes avec N.A. Shah. Je n'ai eu qu'une heure pour mon exposé (au lieu d'une heure et demie) à cause d'horaire chargé (exposés et séminaires) et j'étais forcé d'aller plus vite en n'utilisant que des transparents. Malgré tout, les gens ont fait l'effort de suivre et j'ai eu des questions intéressantes.

Aspects financiers

Le billet d'avion a été pris en charge par l'ENS (avec Air-India, le billet Paris-Mumbai-Chennai, Chennai-Mumbai et Mumbai-Paris a coûté 815 euros par l'agence e-Japon Travel, 4-8 rue Sainte Anne).

On a reçu 10000 Rs (roupies) chacun (sauf Ramona, qui n'était pas prise en charge par l'échange) à CMI, l'équivalent de 200 euros (au moment de notre séjour, un euro valait environ 50 Rs). J'ai reçu aussi 500 Rs à TIFR Bangalore et 1000 Rs à TIFR Mumbai.

Le logement a été de très bonne qualité dans tous les instituts (sauf TIFR Bangalore, on avait une salle de bain dans la chambre et climatisation et partout les chambres étaient très propres). À Chennai le logement a été gratuit à la Guest House de *MatScience* (IMSc). Au CMI il n'y a pas de cantine donc on était obligés de chercher chaque jour des restaurants (car on n'a pas trouvé le restaurant parfait : pas trop d'épices, pas trop loin de l'institut, assez propre, pas trop cher pour y aller tous les jours et éventuellement non-végétarien). Le soir on pouvait manger à la cantine de la Guest House où un dîner coûtait 10-15 Rs mais le manque de diversité du menu nous a obligés à chercher des restaurants au moins 2-3 fois par semaine. En tout, comptant le logement (une chambre) et la cantine (pour deux) à Chennai, Bangalore et Mumbai, on a payé environ 2400 Rs.

Pour les billets de train, les prix varient surtout en fonction de la classe, pour les voitures climatisées le prix étant jusqu'à quatre fois plus cher (exemple : pour aller à Bangalore le billet a coûté 131 Rs pour l'aller, sans climatisation, et 530 Rs le retour, avec climatisation). Dans les deux cas les conditions étaient au-dessus

de nos attentes.

Tourisme

Pour bien organiser ses trajets pour la découverte de l'Inde (du sud) je recommande vivement le guide *Lonely Planet* qui nous a aidé à trouver des excursions organisées, des restaurants, des hôtels et d'autres endroits intéressants dans les villes. On y retrouve des informations sur la vie quotidienne des indiens et des conseils sur les petits problèmes qu'on peut rencontrer : ce qu'il faut éviter de faire, comment négocier, quoi acheter etc.

Notre premier trajet hors de Chennai a été un tour avec un chauffeur du CMI (on lui a payé 1300 Rs). On a visité Mamallapuram et Kanchipuram (ville sacrée). C'était notre premier contact avec les lieux exclusivement touristiques - on a "négocié" pendant plus d'une demi-heure un objet qu'on ne voulait pas acheter et qu'on n'a jamais demandé, notre seule demande répétée quelque fois chaque minute était d'arrêter les propos pour pouvoir visiter le site. Il s'agissait d'un site archéologique où l'entrée coûtait 10 Rs pour les indiens et 250 Rs pour les étrangers!?

Un autre week-end on a visité Pondichéry (on y est allés en bus et on a visité la ville à pied). C'est une ville avec des fortes influences françaises où beaucoup de gens parlent français. On y trouve des très bons restaurants, des parcs et une architecture plutôt européenne. On peut aller visiter une ville sacrée (moderne) nommée Auroville d'après son "initiateur", Aurobindo. Dans cet espace vivent et travaillent beaucoup d'européens et d'américains. C'est un espace non religieux mais qui cherche une spiritualité nouvelle ...

Bangalore est une ville très moderne, très propre et avec beaucoup d'espaces verts. De là on a pris une excursion organisée pour aller à Mysore mais aussi pour visiter d'autres sites de la région. On a bien apprécié ce tour, notamment la fin, quand on a visité un jardin avec des fontaines majestueuses.

Une région qu'on ne doit pas rater est Kerala. On est allés en train jusqu'à Ernakulam et en bateau d'ici à Cochin. On a pu admirer les filets de pêche dites chinoises et à la fin de la journée le spectacle de Kathakali - danse théâtrale, les acteurs ayant des maquillages réalisés pendant plusieurs heures ; c'est une danse traditionnelle très élaborée spécifique à cette région. Toujours en Kerala, on est allés à Alleppey où on a pris une excursion en bateau jusqu'à Kollam (environ 8 heures) pour voir les *backwaters* - des lagunes, un réseau de voies aquatiques qui est entouré par des villages et par des plantations de riz. À Alleppey on peut aussi prendre un *houseboat* - un petit bateau-hôtel pour la nuit ou pour 24 heures, avec une croisière.

Mumbai (Bombay) est le centre commercial de l'Inde avec une population d'environ 10 millions d'habitants. En conséquence le climat social était plus dur,

les gens (par exemple les commerçants) étaient plus agressifs qu'ailleurs. Après avoir fini les exposés à TIFR, on a réservé un jour pour visiter la ville et l'île d'Elephanta. On a pris un tour en voiture (pas un taxi, mais un tour de 2-3 heures avec guide - le chauffeur, pour voir des jardins et des endroits à ne pas manquer, comme la maison-musée de Mahatma Gandhi) à partir de *Gateway of India*. Du même endroit on est partis en bateau pour l'île Elephanta où on peut voir des temples sculptés dans la montagne.

Il y a beaucoup plus à dire sur notre voyage fantastique en Inde mais cela veut être seulement un aperçu de ce qu'on peut faire et voir.

Conclusion

Ce premier exercice d'enseignement (bien différente de l'activité de moniteur) m'a fait apprécier davantage mes anciens professeurs et m'a donné envie de me perfectionner dans cette direction.

Dans ce pays les relations sociales sont beaucoup moins formelles qu'ailleurs et on peut se faire des amis très facilement. C'est un état d'esprit qui nous a aidé à oublier les difficultés quotidiennes (la chaleur, les moustiques, les coupures de courant etc.).

En comptant aussi les endroits extraordinaires qu'on a pu visiter, ce séjour a été un des meilleurs que j'aie jamais fait. Je le recommande à tous ceux qui ont la possibilité d'y aller.