

Rapport d'Activité

Séjour en Inde, Juillet-Août-Septembre 2001

Augustin Chaintreau (`augustin.chaintreau@ens.fr`)

J'ai effectué lors de la fin de ma troisième année de scolarité un séjour d'enseignement et de recherche en Inde, dans le cadre du processus de jumelage entre l'Ecole Normale Supérieure (ENS), Paris, France, et le Chennai Mathematical Institute (CMI), Chennai¹(Madras), Inde. La deuxième partie du séjour a été l'occasion de visiter plusieurs instituts de recherche dans les villes de Bangalore, Mumbai (Bombay) et Delhi, ainsi que l'université de Pondichéry.

Trois étudiants, Stéphane Fischler, Mladen Dimitrov et Alexandru Oancea ont participé à cet échange l'année dernière. Mon premier geste est de les remercier de leurs précieux conseils, ainsi que du souvenir qu'ils ont laissé chez les personnes des universités qu'ils ont visitées.

Participaient aussi à cet échange: Catriona Maclean, Thomas Doumenc et Dimitri Zvonkine, tous en dernière année de scolarité de mathématiques à l'ENS.

Dates: départ de Paris pour Chennai le 20 Juillet, où je suis resté jusqu'au 31 Août. Retour de Mumbai le 28 Septembre.

Résumé

Ce document présente d'abord l'enseignement qui m'a été confié, puis les conférences que j'ai préparées pour présenter mon travail dans les lieux que j'ai visités. Ces lieux sont ensuite décrits un par un, rendant compte des activités scientifiques et technologiques sur lesquelles j'ai pu interagir. Après une conclusion, une annexe relate les aspects logistiques et financiers.

1 Enseignement au Chennai Mathematical Institute (CMI)

Le cours de Probabilité destiné aux étudiants undergraduate de troisième année, équivalent à un niveau d'un début de licence, m'a été confié. Il s'agissait en tout de neuf séances d'une heure et demie sur cinq semaines entre le premier et le 29 Août.

Préparation: Elle a commencé à Paris, grâce aux ouvrages disponibles de la bibliothèque du DMA-DI, et à quelques échanges d'e-mail avec des responsables de l'enseignement en probabilité du CMI. Par la suite j'ai utilisé la bibliothèque du Chennai Mathematical Institute (CMI) et celle très impressionnante de l'Institute of Mathematical Science (IMSc), elles contenaient tous les ouvrages dont j'avais besoin. Ces instituts m'ont aussi offert de très bonnes conditions informatiques pour rédiger les notes de cours, les notes de Travaux Dirigés et les sujets d'examens.

Contenu: J'ai traité dans ces séances le calcul des probabilités discrètes. Le contexte mathématique de «mesure et intégration de Lebesgue» n'était pas introduit, et n'a pas été utilisé pour les résultats, et exemples, que j'ai présentés. En particulier je n'ai pas introduit la notion de tribu d'évènements. J'ai présenté les notions fondamentales propres au calcul des probabilités - évènements et leurs opérations, probabilités et leurs règles de calcul ainsi que la continuité séquentielle -, l'abstraction des variables aléatoires, les notions d'indépendance et de conditionnement déjà

1. Les noms des villes indiennes ont changé plus ou moins récemment selon les lieux, nous utilisons ici toujours le nom actuel civil, Chennai, Mumbai et Kolkatta succédant respectivement à Madras, Bombay, et Calcutta, sauf s'il s'agit du nom consacré de l'institut, comme c'est le cas pour les Indian Institute of Technology (IIT).

introduites sur les évènements, l'espérance mathématique, la variance, les premiers résultats de déviation et de loi des grands nombres, enfin la méthode des séries génératrices.

Traitement: J'ai souligné tout au long de ces séances la nécessité d'introduire chaque notion, grâce à des exemples, parfois tirés d'applications pratiques, traitant ensuite les difficultés que ces nouveaux objets soulèvent, ou non, par le traitement d'exercices fondamentaux indispensables.

Retour sur enseignement: Les étudiants montraient de l'intérêt et de la franchise, sûrement facilitée par la relative proximité en âge. Ils m'ont dit apprécier le traitement des exercices théoriques, sur lequel il est vrai j'ai énormément insisté tout le long.

La correction des copies d'examens a été l'occasion de remarquer qu'ils avaient compris l'essentiel des notions introduites, sous la réserve qui ne s'agissait pas d'un examen en temps limité mais d'un devoir à rendre. Une question un peu moins simple a été traitée par la plupart des étudiants dans un cadre restreint, un seul d'entre eux a commencé la démonstration dans un cas général que j'avais introduit. J'ai depuis appris que le cadre général de cette question avait fait l'objet d'une question de l'examen de demi-semester de ce même cours, résolue par presque tous les étudiants.

Remarques:

- Une assez grosse difficulté théorique a été de ne pas pouvoir considérer le contexte de définition plus général des espaces probabilisés continus. En particulier la présentation des résultats de théorèmes limites est assez délicate dans le contexte utilisé. Un certain temps, que j'aurais voulu consacrer dans les dernières séances à une étude de la méthode d'approximation de Poisson, a été nécessaire pour éviter toute confusion. J'ai appris depuis que ce sujet avait été traité par la suite.
- Un regret est de ne pas avoir pu être en relation avec la personne qui se charge de la suite de mon cours. Il n'est pas venu pendant mon séjour, ni qu'il n'a pu répondre aux e-mail envoyés pour des raisons techniques. Mon cas était particulier puisque les enseignants des autres semestres sont en règle générale présents au CMI pendant notre séjour. J'ai maintenant établi le contact avec lui, il m'a présenté les sujets qu'ils ont traités depuis, et nous attendons les prochains examens pour donner un avis plus complet sur le travail effectué.

2 Conférences

2.1 Présentation de l'algèbre $(\max, +)$

Considérant la diversité des milieux de recherche que j'allais rencontrer, j'ai décidé de présenter au cours de mes visites le cadre de calcul offert par l'algèbre $(\max, +)$. J'ai rédigé un document qui répertorie les principaux résultats et applications. J'ai ainsi pu fournir aux personnes intéressées une bibliographie de références consultables. J'ai choisi ce sujet tant pour l'originalité que parce qu'il permettait sans trop d'acrobatie à la fois d'offrir un point de vue sur un problème mathématique et d'introduire une autre méthode de résolution de problèmes simples rencontrés en informatique ou dans l'ingénierie.

L'opération \max se distribue sur l'opération $+$, en effet de la même manière que l'on a $(a+b)c = ac + bc$ pour l'addition et la multiplication, on observe que l'on a $\max(a, b) + c = \max(a + c, b + c)$, offrant alors la possibilité d'interpréter l'opération de maximum comme une nouvelle addition, et l'opération somme comme une nouvelle multiplication sur cette addition. Agir ainsi consiste à se placer dans l'algèbre $(\max, +)$, qui est un cas particulier de structures à deux opérations, où tous les propriétés classiques d'anneau et de corps peuvent se retrouver - il est ainsi possible de définir un nouveau zéro et une nouvelle unité, avec des propriétés semblables au cas classique - à l'exception de l'un des axiomes, à savoir que ce que l'on définit maintenant comme «addition» ne peut être inversée. En effet l'opération de maximum ne saurait donner lieu à une structure de groupe (l'appliquer induit nécessairement une «perte d'information»).

Cette différence se développe dans des espaces de matrices vers une image assez déformée de la théorie classique de l'algèbre linéaire. En particulier il est possible d'écrire une théorie spectrale, directement inspirée des résultats de Perron-Frobenius sur les matrices à coefficients positifs, avec laquelle elle partage nombre de définitions et de formulations de résultats ; parfois même les preuves sont de même nature.

L'intérêt d'obtenir ces résultats dans un cadre linéaire plus faible n'est pas négligeable. Une large classe de problèmes introduits dans l'étude des systèmes de décisions ou de contraintes, dans certains problèmes d'asymptotiques de physique quantique, ou dans la formalisation de la théorie des langages se factorisent dans ce nouveau cadre, ramenant cette étude aux propriétés de transformations «linéaires», où la linéarité a été redéfinie.

Ainsi selon le lieu visité et l'auditoire, j'ai pu développer les points suivants d'applications de cette méthodologie:

- L'évaluation pas à pas d'un processus déterministe de décisions markoviennes se révèle linéaire dans ce cadre, où il s'écrit sous la forme ramassée d'un produit de matrices (max, +). En particulier la question asymptotique de la stratégie et de l'espérance de gain devient un problème spectral, auquel les résultats évoqués auparavant s'appliquent de manière très efficace.
- C'est le cas aussi de l'évolution d'un système partagé de ressources indistingables, ou d'un systèmes de tâches avec délais et contraintes. On peut envisager dans ce cadre une modélisation des protocoles de communications sur des réseaux à transmission de paquets. Ce cadre offre notamment un résultat de théorèmes limites permettant d'étudier avec une grande généralité l'impact des fluctuations sur les systèmes fiables, en particulier le protocole TCP responsable aujourd'hui de l'essentiel du trafic Internet.
- L'équation d'Hamilton Jacobi se révèle (max, +) linéaire. Le cas asymptotique quasi-classique solution de l'équation de Schrödinger peut aussi s'écrire sous des combinaisons d'opérations max et +.
- Des domaines issus de la théorie des langages, munis des opérations union et concaténation révèlent des axiomes similaires aux structures (max, +), certaines méthodes d'itération de théorie des langages se revisitent dans le cadre formel plus général des dioïdes et offrent des formules de calcul inédites.

Je tiens à remercier ici Stéphane Gaubert, dont j'ai suivi un enseignement au cours de l'année 2000-2001, donné au DEA d'Algorithmique de Paris 6. Les documents et les conseils qu'il a pu me donner m'ont été très précieux, ainsi que son accord pour m'inspirer des résultats étudiés dans ce cours pour mes présentations (théorèmes spectraux, et bien sûr des exemples).

2.2 Modélisation des réseaux de communication

Travaillant depuis deux ans avec le groupe INRIA-ENS Théorie des réseaux et communications (TREC), je me suis intéressé depuis deux ans au traitement mathématique des enjeux des réseaux informatiques. Ce séjour a été l'occasion de visiter des lieux de recherche en pointe sur ces sujets. J'ai pu y présenter l'étude des communications multipoints fiables que j'ai effectuée avec François Baccelli et Christophe Diot il y a quelques années. Nous prouvons que dans le cas d'une session multipoints fiable contrôlée par un protocole adapté de TCP, les fluctuations de délais d'attente dans les routeurs crée une dépendance du débit dans la taille du groupe des adresses de destinations, et dans leur topologie. L'impact de ces fluctuations est étudié par un modèle analytique (max, +), qui permet ensuite des conclusions sur l'efficacité de différentes topologies d'arbres multipoints.

En particulier ce travail montre qu'une catégorie particulière d'arbre, souvent choisie par les algorithmes de routage, présente la plus sévère dégradation de performances avec le nombre de destinataires, offrant un cas pire de résistance aux fluctuations.

3 Détails des Visites

3.1 Chennai (Madras)

Séminaire du Chennai Mathematical Institute

Un séminaire a lieu au CMI tous les mercredis, les sujets traités doivent à la fois tenir d'une originalité mathématique mais aussi pouvoir être compris, au moins partiellement, par les étudiants. Malheureusement ce séminaire qui aurait été d'un grand intérêt à suivre ne commence que vers le mois de Septembre. La première séance de ce séminaire m'a été proposée pour présenter mes travaux aux étudiants et enseignant chercheurs de cet institut. J'ai présenté les méthodes linéaires $(\max, +)$ le mercredi 29 Août. La réaction des étudiants et du milieu de la recherche de Chennai a été très encourageante, et je regrette maintenant de ne pas avoir présenté ce travail plus tôt, ce qui aurait peut-être permis des interactions de recherche supplémentaires.

Institute of Mathematical Science

Nous étions logés à Chennai sur le campus de cet institut. J'ai souvent travaillé dans la bibliothèque qui s'y trouve. J'ai aussi profité de l'enseignement qui y est dispensé, en suivant un cours consacré à l'informatique quantique, donné par le professeur K R Parthasarathy. J'ai eu quelques contacts avec les professeurs présents, mais la recherche est ici essentiellement consacrée à l'application des mathématiques à la physique fondamentale. Encore une fois je regrette de ne pas avoir présenté mes travaux un peu plus tôt : des personnes de l'IMSc se sont déplacées au séminaire du CMI où j'ai pris la parole, et auraient peut-être voulu échanger plus d'idées si nous avions eu davantage de temps.

Indian Institute of Technology

L'IIT Madras possède un département d'informatique, ainsi que le groupe Télécommunications and Computer Network Group (TENET) actif sur le sujet des réseaux informatiques. J'ai pu y rencontrer le Professeur Bhaskar Ramamurthi, et nous nous sommes entretenus avec l'un de ses étudiants d'un projet de modélisation et élaboration d'un réseau sans fils à accès multiples de communications d'ordinateur, proposant une nouvelle politique de répartition des canaux entre les utilisateurs. Les activités diverses de ce groupe comprennent l'enseignement à des étudiants, undergraduate et graduate, ainsi que des formations d'entraînement offertes à des actifs dans ce domaine. Il élaborent aussi une gamme d'applications pour des réseaux, adaptées en particulier au déploiement des télécommunications dans les pays en développement. Ainsi leurs travaux sont assez originaux, et très proches des demandes industrielles de cette partie du monde. Des personnes du département d'informatique, étudiants et professeurs, sont venus assister à la conférence commune pour ces deux groupes que j'ai consacrée à introduire le cadre $(\max, +)$ et son application à la résolution de systèmes markoviens de décisions.

3.2 Pondicherry

Date: départ de Chennai le 8 Août — retour à Chennai le 12.

Nous avons pu passer deux jours à l'université de Pondicherry, Jeudi 9 et Vendredi 10 Août, pour rencontrer les professeurs et étudiants, et leur présenter des sujets introductifs tirés de nos domaines de compétence mathématiques. Le département de mathématiques de l'université de Pondicherry consacre une bonne partie de son activité à l'enseignement (niveaux undergraduate et graduate); la recherche est aussi présente, sans y être aussi développée que dans les Instituts.

J'ai présenté essentiellement les mêmes résultats qu'au cours du séminaire du CMI, quelques semaines plus tard. Certains étudiants sont venus nous rencontrer (voir la section 4.1 ci-dessous).

3.3 Bangalore

Date: départ de Chennai le 31 Août au matin — départ pour Mumbai le 8 Septembre au soir.

Bangalore est une ville très dynamique, au tissu de recherche développé et intéressant. J'ai eu la chance de rencontrer des personnes de plusieurs instituts, allant de l'investigation mathématique pure aux applications physiques et technologiques:

Indian Statistical Institute

C'est le premier institut de recherche que j'aie visité dans cette ville. On y forme aussi des étudiants undergraduate et graduate. Il y a un groupe de statisticiens et probabilistes, ainsi que des chercheurs dans d'autres disciplines des mathématiques. Jishnu Biswas, travaillant sur des sujets de géométrie algébrique, a été notre correspondant pour cette visite. Cet institut a beaucoup de liaisons avec l'institut du même nom localisé à Kolkatta, d'où proviennent beaucoup d'étudiants.

J'ai été en relation principalement avec le groupe des statisticiens, même si certains algébristes sont venus suivre l'introduction à l'algèbre linéaire $(\max, +)$ que j'ai donnée le Lundi 3 Septembre. Suite à la présentation de mon travail, nous avons passé un peu de temps à regarder les applications de ces résultats à l'étude de la fiabilité, qui est un sujet naissant dans l'institut.

Tata Institute of Fundamental Research

Le TIFR a une branche à Bangalore, essentiellement consacrée à l'étude des équations aux dérivées partielles. Le professeur B R Nagaraj nous a accueillis avec beaucoup de gentillesse et d'intérêt pour nos recherches.

Cet endroit montre beaucoup d'intérêt pour la France en raison de l'énorme activité de recherche qu'on y trouve sur le sujet. Beaucoup de ces chercheurs ont été pour un temps en rapport avec des groupes de recherche français, allant parfois jusqu'à y avoir effectué l'intégralité de leur travail de thèse. Lors d'une rencontre avec le professeur M Vanninathan, qui a effectué sa thèse en France avec J L Lions, je lui ai présenté certains résultats de résolution d'équations de gaz cinétique par transport de mesure, sujet que j'ai découvert il y a peu dans un exposé de magistère de l'école. Je lui ai donné, à sa demande, des références sur ces méthodes qui ne semblent pas, malgré leur importance en France, encore vraiment introduites à l'étranger.

Indian Institute of Science

J'ai essentiellement visité l'Electrical Communication Department, dont le travail est très proche de celui de mon groupe de recherche à Paris. Ce furent trois jours très enrichissants: les professeurs Anurag Kumar et Vinod Shirma m'ont consacré plusieurs heures pour présenter des travaux que j'ai pu ensuite discuter et analyser longuement avec les étudiants auxquels ces projets étaient confiés. Anurag Kumar travaille sur des extensions de la théorie des files d'attente; il cherche notamment à donner des modèles markoviens calculables de la non persistance des flots rencontrés sur un réseau. Un autre de leur travail est une étude des propriétés d'équité et de partage, pour différentes routes sur un réseaux de liens. Vinod Sharma travaille essentiellement à l'étude des propriétés du mécanisme RED, pour Random Early Detection. Cette discipline implémentée au niveau d'un routeur consiste à commencer à refuser des paquets dans la file d'attente, avec une certaine probabilité, avant qu'elle ne soit entièrement remplie. Vinod travaille en particulier sur l'impact de cette discipline sur l'équité de flots hétérogènes, quand certaines connections ne réagissent pas à la gestion.

J'ai présenté différents travaux, concernant les méthodes $(\max, +)$ - ici traitées surtout dans leurs applications aux graphes d'évènements temporisés - ainsi que certains résultats d'études des réseaux de communication. J'ai pu m'entretenir avec eux de manière plus informelle des travaux en cours dans notre groupe, et leur présenter le modèle de compétition de flots à l'aide de matrices aléatoires, sur lequel nous travaillons en ce moment dans plusieurs optiques.

Un autre département qui m'a intéressé sur le Campus de l'IISc est le département de mathématique et d'études théoriques, qui s'intéresse aux propriétés d'échelles dans les systèmes physiques,

systèmes géophysiques entre autres. Cette catégorie de comportement a été observée sur des traces du réseau Internet, et l'une de nos aspirations spéculatives est d'expliquer leur apparition sur un système de flots TCP partageant un réseau. Ce département bénéficie de l'accès à un super calculateur que je n'ai pas pu voir, faute d'avoir formulé ma requête à temps (y penser pour d'autres étudiants intéressés). J'ai pu m'entretenir plusieurs fois avec des chercheurs ; un séminaire aura lieu en Janvier 2002 sur ce sujet, le travail de François Baccelli et Dohy Hong sur les communications TCP persistantes en compétition sur un lien y sera présenté.

3.4 Mumbai (Bombay)

Date premier séjour: arrivée de Bangalore le 9 au soir — départ pour Delhi le 15 après midi.
Date deuxième séjour: arrivée de Delhi le 26 au matin — départ pour Paris le 28 dans la nuit.

Le premier séjour d'une semaine à Mumbai a été perturbé par l'actualité internationale liée aux attentats terroristes du 11 Septembre. Je tiens à remercier ici les personnes rencontrées dans cette période, notamment à l'Indian Institute of Technology qui ont été très attentionnées et m'ont beaucoup aidé alors que l'angoisse et la fatigue s'accumulaient.

Le deuxième séjour, quelques jours avant le retour sur Paris, m'a permis de rencontrer le Professeur V S Borkar, qui n'était pas présent lors des deux semaines précédentes.

Indian Institute of Technology

J'ai visité dans ce lieu l'Electrical Engineering Department où l'un des groupes travaille sur les réseaux de communication informatique. C'est aussi et essentiellement un lieu de formation d'étudiants undergraduate et graduate.

Le professeur D Manjunath étudie dans un travail commun avec V S Borkar du Tata Institute une nouvelle méthode de différenciation et de tarification dans un système de files d'attente. Elle étend la discipline JSQ, pour Join Shortest Queue², et offre une alternative à la réserve de ressource en classes, notamment pour le contrôle d'admission. D'autres projets concernant des applications multimédia, ou des collectes de données, sont en cours de déploiement.

Les méthodes analytiques de l'étude de ces systèmes sont différents modèles markoviens, et des techniques de simulation. Un résultat intéressant montré par D Manjunath et V S Borkar est que cette discipline offre en un certain sens une optimalité collective aussi bien qu'individuelle. Enfin ils proposent une méthode dynamique de tarification et d'optimisation de cette discipline, dont la convergence est prouvée comme cas particulier des systèmes étudiés plus généralement par V S Borkar (voir la description de son travail un peu plus bas).

Ici comme dans les départements visités à l'Indian Institute of Science de Bangalore, il a été possible d'avoir du temps avec les professeurs et chercheurs pour connaître la recherche qui s'y fait, et présenter mon travail et ceux de mes collègues dans une conférence annoncée ou lors d'autres présentations plus informelles. Enfin une journée pratiquement entière a été consacrée à échanger des idées avec les étudiants en fin de Masters qui me présentaient tour à tour leurs projets.

Lors de mon deuxième séjour j'ai visité, sur les conseils de R Bapat rencontré à Delhi, le département de mathématiques de ce même institut, présentant mes travaux dans une conférence puisque l'essentiel des personnes n'avaient pu venir à la première conférence faite dans ce même lieu deux semaines auparavant. J'ai rencontré le professeur M K Srinivasan, qui travaille sur la théorie des graphes et hypergraphes. D'autres chercheurs de ce département m'ont demandé d'approfondir avec eux l'application de l'algèbre (max, +) à l'étude des systèmes fiables, et doivent m'envoyer la formulation d'un problème de partage de fiabilité qu'ils étudient en ce moment.

Tata Institute of Fundamental Research

A l'intérieur de ce grand complexe de recherche fondamentale, j'ai été en rapport avec deux départements en particulier, la school of mathematics et la theoretical computer science school.

2. La traduction française de ces mots m'est inconnue à ce jour.

Cela ne m'a pas empêché de rencontrer, sur les conseils de V S Borkar, une personne qui travaille sur les systèmes critiques rencontrés en physique, comme les répartitions spatiales de spin.

L'activité de l'école de mathématique est essentiellement consacrée à de l'algèbre, et leurs travaux s'adressaient surtout aux autres étudiants de l'école normale qui sont venus au CMI. Les conséquences en algèbre linéaire de l'étude des semi-anneaux traités dans la théorie $(\max, +)$ les ont toutefois intéressés, et certains d'entre eux sont venus à la conférence que j'ai donnée sur ce sujet.

Le professeur V S Borkar, qui travaille aussi sur un travail décrit plus haut dans ce document avec D Manjunath de l'Electrical Engineering Department de l'IIT Bombay, m'a reçu pour quelques jours et m'a présenté ses travaux. D'une manière générale il s'intéresse aux systèmes d'optimisation ou d'apprentissage stochastique, un sujet proche de l'enseignement de Gilles Pagès sur les algorithmes stochastiques que j'avais suivi avec beaucoup d'intérêt lors de la fin de mon DEA. J'ai été très enthousiasmé par ces travaux, mêlant à la fois les méthodes de convergence comme celle de l'EDO à laquelle j'avais été introduit lors de ce cours, mais aussi des techniques de fonctions aléatoires itératives, un sujet au centre de l'étude analytique des systèmes que je rencontre aujourd'hui sur mon travail. Ainsi l'une des démonstrations de convergence d'un algorithme de Q-learning² utilise la notion d'Harris-recurrence² issue initialement de l'étude des réseaux multiclasses, et qui est ce qu'utilise Dohy Hong dans son dernier travail sur le modèle de compétition de flots que nous étudions aujourd'hui.

Ce fut une opportunité très précieuse de voir exposés ces travaux de recherche ; je n'avais pas idée des liaisons qui existaient ce domaine et le mien. Je compte présenter certains de ces travaux à mon groupe de recherche, garder le contact, et profiter maintenant des références qui m'ont été indiquées sur place.

3.5 Delhi

Indian Statistical Institute

La vie de cet institut est partagée entre les activités de recherche et l'enseignement aux étudiants de Master ou de PhD. J'ai été très spontanément invité par le professeur et directeur du groupe de mathématiques et statistiques R Karandikar, que je contactais par e-mail. Le travail de ce groupe est assez diversifié. Ravindra Bapat, que j'ai connu grâce à Stéphane Gaubert, travaille sur de l'algèbre linéaire et est tout à fait habitué aux structures introduites dans le cadre du calcul $(\max, +)$. Le professeur R Karandikar travaille sur la théorie des processus stochastiques. J'ai eu le temps de lui présenter mes travaux et il m'a confié quelques commentaires sur mon travail, mais il a beaucoup de responsabilités dans l'institut et était donc très occupé la semaine où j'étais présent. Le professeur R Roy étudie un problème intéressant de généralisations du jeu de pile ou face - ou similairement de marche aléatoire - considéré comme le jeu jusqu'à la ruine entre un groupe de plus de deux joueurs où à chaque étape est sélectionné avec une loi uniforme un groupe de deux joueurs qui s'affrontent. Très rapidement les difficultés alors introduites sont considérables.

Indian Institute of Technology

Ici aussi, comme dans les IIT des autres villes, l'activité de recherche côtoie l'enseignement des étudiants undergraduate et graduate. Le professeur Sandeep Juneja, travaillant sur des simulations efficaces, et étrangement rattaché au département de Mechanical engineering, m'a présenté ses travaux et ceux de ses étudiants sur l'utilisation de la méthode dite d'important sampling². Il s'agit ici, comme je l'ai déjà vu faire dans des cours du DEA de Probabilité, de choisir judicieusement un changement de probabilité, qui ne modifie pas la valeur théorique que l'on estime, mais améliore en réduction de sa variance la précision de l'estimateur. Il m'a présenté comment appliquer cette méthode dans le cas de problèmes de files d'attente, et envisage d'utiliser les mêmes outils pour des systèmes plus complexes de files d'attente dans certaines topologies de réseaux. Un autre de ces travaux, fait conjointement avec un étudiant que j'ai rencontré de la business school de Stanford, analyse des systèmes de règles de ventes aux enchères, rencontrés dans l'e-commerce.

IBM Research Labs

Ce laboratoire est accueilli à l'intérieur du campus de l'institut, bien qu'il s'agisse d'une entité assez autonome. Il est consacré à la recherche dirigée par un grand groupe industriel et les plusieurs départements qui s'y trouvent sont tous plus ou moins orientés autour de l'élaboration, ou de l'étude, d'un ou de plusieurs produits informatiques. Toutefois, ce qui y est développé n'est pas destiné directement à la vente, et constitue souvent des prototypes. C'est ce qui différencie cet endroit d'un laboratoire de développement classique, et permet de pouvoir le visiter sans que les problèmes de confidentialité et de propriété intellectuelle ne soient insurmontables. Il faut toutefois en être conscient, et j'ai fait le choix de m'expliquer très clairement là-dessus dès le début avec les personnes que j'y ai rencontrées.

Le groupe de Networking, où j'ai rencontré Rajeev Shorey et ses collaborateurs, a été très actif sur le sujet des réseaux sans fils, en particulier l'étude du protocole Bluetooth, produit propriétaire d'IBM, où une certaine hiérarchie et le désignement d'un objet «maître» sont introduits pour respecter le scheduling² et les admissions. Ils travaillent maintenant aussi plus généralement sur les réseaux ad hoc, où l'un de leurs travaux consiste à donner un sens à une notion de capacité. Enfin l'un des derniers projets en date concerne une amélioration des techniques de caching², pour offrir ce service de manière adaptée à l'interrogation d'une base de données sur un réseau. A l'intérieur du groupe consacré à l'e-commerce, plusieurs études probabilistes des processus d'enchères sont menées par Ravi Kumar, qui m'a présenté quelques cas d'études, ses méthodes et les résultats qu'il obtient, ainsi que des références.

4 Conclusion, Propositions

La charge de l'enseignement d'un cours introductif au domaine des probabilités est venue à un bon moment de ma formation mathématique. A la sortie d'une année de cours théorique en DEA dans ce domaine, reprendre ces notions en les approfondissant en vue de les transmettre m'a beaucoup apporté, et consolide maintenant le travail d'une année qu'il conclut. Cela m'a aussi amené à découvrir de nombreuses références dont je continuerai à me servir. Une charge d'enseignement classique, que je n'aurais d'ailleurs pu effectuer pendant cette année, aurait eu le même effet mais se serait sans doute révélée plus lourde à soutenir.

Confronter mes idées, les problèmes et résultats que j'étudie, à un milieu de recherche diversifié a été une occasion précieuse de m'interroger sur la destination de mon travail. Contacter une trentaine de personnes que l'on m'a indiquées de part et d'autres pour les rencontrer ou leur demander conseil a été une pratique conséquente - plus de deux cents e-mails échangés à ce sujet en plus d'un mois de préparation - mais assez enrichissante. J'ai appris à mieux trouver les lieux susceptibles d'être intéressés par mes travaux, et à savoir les présenter dans une correspondance électronique puis plus longuement par oral, aussi bien à des départements de mathématiques fondamentales qu'à des groupes plus proches des enjeux technologiques.

Cette expérience m'a permis de rencontrer des équipes de ma communauté d'expertise scientifique, comme le groupe d'Anurag Kumar que j'ai connu initialement à Paris lors d'un atelier à l'ENS, ou d'autres lieux dont les travaux m'étaient connus par la lecture de leurs publications. Plus généralement j'ai pu pendant un mois découvrir la vie de recherche en mathématiques de différents lieux, et être introduit plus en détail à l'actualité de divers domaines, faisant parfois des découvertes sur des sujets qui m'étaient proches. Ainsi le travail de V S Borkar au TIFR Mumbai est relié aux méthodes de convergence stochastique que j'ai étudiées avec Gilles Pagès. Et les méthodes que m'a présenté S Juneja à Delhi dérivent pour des simulations des techniques que j'avais appris à utiliser dans un cadre plus fondamental. J'ai enfin eu l'occasion d'être initié aux domaines de recherche, assez éloignés du mien, de mes camarades, lors de leurs prises de parole. Cette opportunité d'ouverture et d'attention à porter m'a plus d'une fois appris des choses inattendues.

4.1 Interaction avec les étudiants

L'essentiel des étudiants rencontrés pendant ce séjour, en dehors de ceux dont l'enseignement m'était confié, étaient de niveau graduate et n'avaient pas commencé leur travail de PhD ou thèse. Tous les lieux que j'ai visités, TIFR et IBM Labs exceptés, proposent à leurs étudiants des formations de Masters (MSc) dans les sujets de prédilection des lieux. La plupart des étudiants, et souvent les meilleurs, décident s'ils veulent continuer leurs études vers la recherche de partir à l'étranger. Les États-Unis figurent bien sûr parmi les options les plus demandées par les étudiants. Mais beaucoup d'étudiants se sont révélés très motivés par la possibilité de finir leurs études en France.

J'attire en particulier l'attention ici sur deux filières dont les sujets sont proches des miens, et qui depuis longtemps assurent aux universités américaines l'arrivée d'un grand nombre d'étudiants brillants et bien formés.

La première formation concerne les diplômes de Bachelors ou Masters of Technology (BTech ou MTech), dans les départements d'Electrical Engineering des IIT Bombay, Madras, Delhi, ou de l'IISc.

Deuxièmement, le niveau des étudiants graduate en statistiques ou en probabilité peut intéresser un laboratoire d'une université française consacré à ces sujets. Citons les diplômes Master of Science (MSc) «Advanced Probability» ou «Statistics» offerts dans les ISI de Bangalore, Delhi et Kolkatta (il s'agit des même étudiants qui évoluent sur ces trois lieux). Pour donner la seule comparaison dont je sois capable, le programme que l'on m'a présenté du diplôme MSc «Advanced Probability» est semblable au programme théorique de probabilité que j'ai suivi cette dernière année. J'attends de recevoir le détail par e-mail mais il semble que cette formation, dirigée vers la recherche, offre à ces étudiants le même contenu que les cours de premier semestre de la filière processus stochastique du DEA «Probabilités et Applications» de Paris 6 que j'ai suivi.

J'ai conservé les adresses e-mail qui m'ont été confiées par les étudiants que j'ai rencontrés. Je me renseignerai pour répondre à leurs demandes, et je pourrai servir d'intermédiaire pour transmettre leur dossier et les informer des procédures de séjour en France et de financement. Je considère qu'il s'agit là d'une mission qui échoit naturellement à tous les étudiants qui participent à cet échange ENS-CMI.

Une remarque sur le problème de la langue, souvent cité par les étudiants comme par les organismes qui pourraient les accueillir: cela n'a pas été un obstacle pour un grand nombre de personnalités de la recherche mathématique comme R Karandikar, C S Seshadri ou M Vanninathan. Plusieurs sections de l'Alliance Française se trouvent sur le sous-continent; il y en a en tout cas dans toutes les villes que j'ai visitées, et aussi à Kolkatta (Calcutta). Elles assurent des cours que certains étudiants que j'ai rencontrés suivent, par exemple l'un des élèves qui m'a été confié.

A Aspect logistique et budget

Cette section rend compte de l'organisation logistique et financière de cet échange. Elle s'adresse aussi aux prochains étudiants qui partiront en Inde : ils peuvent trouver ici les réponses à des questions qu'ils se poseraient.

A.1 Sécurité et Santé

Des déplacements et un séjour dans le sous-continent indien ne présentent pas de problèmes de sécurité, même si on est seul, ce qui était pratiquement toujours mon cas. Cela peut toutefois devenir important de s'en soucier dans le cas d'une femme voyageant seule. Je n'ai pas observé de situation dangereuse car l'isolement en ville ou dans les transports est très rare. Je n'ai pas non plus rencontré, fût-ce une seule fois en deux mois, d'attitudes agressives.

En ce qui concerne l'attention qu'il faut porter à la santé, les conditions d'accès aux soins dans toutes les grandes villes citées offrent la couverture nécessaire. Toutes les résidences qui nous ont été proposées possédaient une fontaine d'eau filtrée, et on peut se procurer très facilement de l'eau minérale. Ce n'était pas le premier voyage que je faisais en Asie et je maintiens à jour les vaccins contre DT Polio, les Hépatites A et B, la fièvre typhoïde, et la rage ; le vaccin contre la méningite m'a été conseillé par l'institut Pasteur, puisque nous sommes en relation avec des populations d'adolescents ou de jeunes adultes, qui constitue le terrain de prédilection de transmission de cette maladie. Il est fortement conseillé de prendre des anti-paludéens, traitement qui pour être efficace doit continuer quatre semaines après le retour.

A.2 Participation des instituts d'accueil

Le CMI nous a versé un traitement qui tient compte du nombre de jours passés à l'institut. Il s'élevait à 9400 Rs.

En dehors d'une prise à leur charge d'une partie de nos frais de séjours, décrits dans le détail plus loin, certains instituts m'ont versé de l'argent pour les conférences que j'y effectuais ou pour le nombre de jours de ma visite. Ceci était toujours présenté comme un remboursement.

Ainsi j'ai reçu pour les conférences que j'ai données :

- 300 Rs à l'université de Pondichéry.
- 350 Rs à l'ISI de Bangalore.
- 300 Rs au département de maths de l'IIT de Mumbai.
- 300 Rs à l'ISI de Delhi.
- 500 Rs à la school of theoretical computer science au TIFR de Mumbai.
- 640 Rs pour remboursement des frais de visites par la school of mathematics du TIFR de Mumbai.

Les instituts suivants ont pris à leur charge le coût du logement : IMSc à Chennai (pour 40 jours), Université de Pondicherry (pour 5 jours), ISI de Bangalore (pour 5 jours), enfin ISI de Delhi (pour 10 jours).

J'ai payé mon logement à l'IISc de Bangalore (600 Rs pour trois jours) et au TIFR de Mumbai (380 Rs pour 7 jours, puis 220 Rs pour 4 jours).

A.3 Voyage

Billet d'avion : Il a été pris en charge par le Magistère de Mathématiques Fondamentales et Appliquées et d'Informatique (MMFAI). Grâce au conseil de Mladen Dimitrov, qui a participé à cet échange à l'été 2000, j'ai bénéficié d'une réduction de vingt-cinq pour cent sur le billet open

tarif jeune Paris - Chennai (Madras) - Mumbai (Bombay) - Paris de la compagnie Lufthansa, en présentant la carte SNCF 12-25.

J'ai payé ce billet 4870 FF. Il m'a fallu modifier une fois la date, après avoir été invité une semaine de plus à Delhi, pour une somme de 46 Euro.

Je conseille fortement ce billet aux étudiants qui peuvent profiter de la même offre. En effet, il est très bon marché, valable un an, et offre de très bonnes conditions de modification, ce qui m'a été précieux. Par ailleurs je les avise qu'il faut avancer environ six mois à l'avance le prix du billet d'avion pour l'Inde, et que le remboursement par le MMFAI n'a lieu qu'après le retour. C'est à prévoir dans un budget.

Voyage sur le territoire: Je me suis déplacé en train, ce qui est une très bonne solution. Le billet Mumbai-Delhi est un peu plus coûteux, car c'est un train rapide, ne contenant que des compartiments climatisés. Les trajets Chennai-Bangalore et Bangalore-Mumbai ont été effectués en train, et train de nuit, non climatisés. La climatisation peut être un confort d'importance lors de la période très chaude de l'année (selon les lieux, principalement vers Mai-Juin), mais ce n'était pas le cas ici.

Le billet Chennai-Bangalore a coûté 100 Rs, Bangalore-Mumbai 300 Rs, Mumbai-Delhi 2400 Rs, et Delhi-Mumbai 1600 Rs (une classe plus économique que je ne connaissais pas m'a été indiquée à Delhi).

A.4 Ensemble des frais avancés

Le total des frais dont je demande le remboursement est le coût de transport aérien (5171FF), augmenté des frais de transport et parfois de logement sur place pendant les visites (998FF), dont on soustrait l'argent que j'ai reçu des instituts (330FF), soit un total de 5839 FF.

A.5 Chennai

Le logement, arrangé par l'IMSc dans la guest house de l'institut, était spacieux et agréable: chambre avec air conditionné et lit avec moustiquaire. Il a été offert par cet Institut, ce qui représente une économie totale sur l'ensemble des personnes de l'échange d'environ 3000 FF.

Nous avons pu obtenir l'accès à la bibliothèque et aux moyens informatiques de l'IMSc, nous permettant de travailler sans avoir à faire le trajet jusqu'au CMI. Une machine à laver à disposition s'utilise gratuitement dans l'enceinte du campus. Les repas peuvent être pris à la cantine des étudiants, ou à celle de la guest house. Les repas au CMI à midi peuvent être pris à la cantine des étudiants.

Pour me rendre au CMI, ou me déplacer en ville, j'ai acheté un vélo, que j'ai revendu à la fin de mon séjour.

A.6 Détail des conditions des visites

A.6.1 Pondicherry

L'attention et la gentillesse déployées par le département qui nous recevait ont été étonnantes. Nous avons été pris en charge avec générosité et efficacité.

Les trajets depuis Chennai ont été arrangés en voiture taxi, réglés par le département de Mathématiques qui nous recevait. Sur place nous nous sommes déplacés en Bus, non sans avoir pu jouir des conseils du professeur S. Ramaswamy qui nous a accompagné la première fois.

On nous a fourni trois chambres climatisées à la guest house de l'université de Pondicherry, qui est située à une dizaine de kilomètres de la ville. Nous avons ainsi beaucoup de place et une pièce commune, mais pas de moustiquaire. Le petit déjeuner était organisé à la guest house. Nous avons eu accès à la bibliothèque, mais l'accès Internet était en panne.

Je suis tombé malade vers la fin de mon séjour; le médecin du dispensaire de l'université s'est déplacé, et tous les frais, y compris les médicaments, ont été offerts par le département de

mathématiques. La voiture qui nous ramenait à Madras a attendu quelques heures pour que je puisse faire le voyage.

A.6.2 Bangalore

A l'arrivée, une chambre chacun nous attendait, sur le campus de l'Indian Institute of Technology situé à environ sept kilomètres du centre ville. Les chambres étaient très agréables, et pourvues de moustiquaires. La climatisation n'est pas nécessaire dans cette région où la température chute pendant la nuit. Les déplacements sur place étaient effectués en bus, encore une fois grâce aux conseils des gens sur place.

Il n'y a pas de bibliothèque sur le campus mais nous avons pu profiter d'un bureau, d'un accès Internet, et de l'accès à une machine à laver. Les petits déjeuners étaient disponibles à la cantine du campus. Nous prenions souvent les autres repas à la cantine, où ils étaient offerts.

Sur le campus de l'IISc, nous avons pu bénéficier d'un bureau au TIFR, idem pour moi au département d'ECE, dans les deux cas avec accès Internet. J'ai aussi pu obtenir une chambre très agréable, non climatisée et sans moustiquaire, à la main guest house du campus, que j'ai réglée. Le département d'Electrical Communication Engineering m'avait dit qu'il voulait m'offrir la chambre, mais le règlement n'avait pas eu lieu au moment de mon départ, et le bureau de la guest house n'avait pas alors reçu de confirmation du département.

A.6.3 Mumbai

Trois chambres climatisées sans moustiquaires étaient retenues à la guest house du TIFR, située à côté de l'institut, dans le quartier militaire de Navy Nagar, près du centre de la ville et des gares de trains urbains VT et Churchgate. Les petits déjeuners pouvaient être très facilement pris dans les différentes cantines en payant à chaque fois ou dans la note de la guest house. Une machine à laver est disponible. Nous avons payé les chambres et les repas.

Au Tata Institute nous avons bénéficié d'un bureau et d'un accès à Internet et à la bibliothèque. Le personnel administratif du département a été très aimable et efficace pour me permettre de trouver un ensemble de livres que je voulais acheter sur place, tant parmi les publications de l'institut que chez d'autres éditeurs, se proposant même de s'occuper de les envoyer par la poste, bien entendu à mes frais. Nous avons été rémunérés cent roupies par jour en remboursement de nos frais de séjour en visite à l'institut.

Je me suis déplacé en train urbain pour aller jusqu'à l'IIT, ce qui aurait été difficile si j'avais été dans le sens du plus grand trafic. Un billet coûte 5 Roupies ou 56 Roupies en première classe, qui est parfois souhaitable, mais jamais véritablement nécessaire. Pour rejoindre les gares, on peut utiliser les bus du Tata Institute, ou des taxis. Vers l'IIT, situé en dehors du centre ville, la circulation n'est pas interdite aux taxis à trois roues qui offrent de très bons tarifs.

Les personnes contactées à l'IIT se sont montrées tout à fait prêtes à me confier si nécessaire une chambre sur place, ce dont je n'ai pas eu besoin.

A.6.4 Delhi

Une chambre non climatisée et sans moustiquaire a été retenue pour moi dans la guest house de l'ISI. Je mangeais à l'extérieur. Il n'y a pas de machine à laver disponible, mais on peut confier son linge à laver. L'IIT est très proche de l'ISI, et je n'ai eu aucun problème de transport. On a mis à ma disposition un bureau, et j'ai pu accéder à la bibliothèque et à Internet.

Conclusion Logistique:

L'ensemble des conditions dans lesquelles nous avons été reçues sont excellentes, les détails matériels relatés ici ne sont qu'une petite expression de l'accueil humain formidable dont nous avons bénéficié partout.

A noter pour la suite:

- Avancer le prix du billet d'avion pendant six mois est financièrement assez lourd. Les frais sur place ne posent pas ce problème.
- Pour le reste des frais de transports, je souhaiterais qu'il soit décidé une fois pour toute que l'institut d'accueil paye les billets, pour la simple raison que dans le cas des étudiants indiens venant en France, l'inverse n'est pas envisageable, les frais de transports en Europe ne peuvent pas être couverts par un institut indien, en raison des différences d'évaluation des monnaies. Bien sûr dans mon cas ce n'est pas très grave, puisque j'ai pu payer moi-même les billets de trains.
- Notre statut d'étudiant de l'échange pourrait être clarifié. La situation n'a pas été gênante, mais j'aimerais savoir exactement si nous sommes habilités à recevoir de l'argent sur place, de qui et dans quelles conditions. En particulier j'ai été très gêné de recevoir un traitement, présenté comme un paiement de conférence à l'université de Pondicherry, après avoir vu l'ensemble de nos frais de séjours couverts.

Enfin je me tiens à la disposition des étudiants, qu'il fassent ou non partie de l'échange ENS-CMI, pour leur fournir les renseignements et contacts qui peuvent leur être utiles sur les lieux de recherche de ce pays.