











Ouvrir un navigateur à l'adresse <http://www-rohan.sdsu.edu/~ituba/block/>. Effacer toute la figure (commande Clear all), et la remplacer par la suivante :

Chaque figure s'obtient en précisant une forme (Triangle, Square ou Pentagon), une taille (Small, Medium ou Large) et un nom.

- Formules en logique des prédicats.** Pour chacune des assertions suivantes, écrire dans l'applet une formule testant si l'assertion est vraie ou fausse, et évaluer la formule vis-à-vis du tableau ci-dessus.
 - L'objet *a* est un triangle.
 - L'objet *d* est plus petit que l'objet *e*.
 - L'objet *a* est situé entre les objets *b* et *e*.
 - Les objets *a* et *c* sont sur la même ligne, et les objets *a* et *b* sont sur la même colonne.
 - Si *x* est un petit objet, alors c'est un triangle ou un carré.
 - Il y a un carré de taille moyenne dans le tableau.
 - Il n'y a que des pentagones de taille moyenne.
 - Tous les triangles sont sur la même colonne.
 - Tout petit triangle est placé entre deux objets de taille moyenne.
 - Sur une même ligne, tous les objets ont la même taille.
 - Il n'y a pas de colonne contenant un objet petit et un objet grand.
 - Si un objet *a* sur sa ligne un pentagone et sur sa colonne un autre pentagone, alors cet objet est un carré.
 - Si *x* est un pentagone, alors pour tout *y* sur la même ligne que *x*, *x* est plus grand que *y* si et seulement si *x* est à gauche de *y*.

2. **Formules valides et satisfaisables, contradictoires.** Une formule logique (avec prédicats) est dite *valide* si elle est vraie pour toute évaluation par rapport à un contexte. Elle est dite *satisfaisable* s'il existe un contexte telle que l'évaluation de la formule soit vraie. Enfin, elle est dite *contradictoire* si elle n'est pas satisfaisable. Montrer qu'une formule est contradictoire si et seulement si sa négation est valide. Parmi les formules suivantes, lesquelles sont valides ? satisfaisables ?

1. $\forall x \forall y \forall z (\text{Smaller}(x,y) \wedge \text{Smaller}(y,z) \Rightarrow \text{Smaller}(x,z)).$
2. $\exists x \forall y (\text{Smaller}(x,y)).$
3. $\exists x \forall y (\text{Smaller}(x,y) \vee \text{SameSize}(x,y)).$
4. $\forall x \forall y (x=y \vee \text{LeftOf}(x,y) \vee \text{LeftOf}(y,x)).$
5. $\forall x (\text{Pentagon}(x) \vee (\exists y ((\text{Smaller}(x,y) \wedge \text{Square}(y)) \vee (\text{SameCol}(x,y) \wedge \text{Triangle}(y))))).$

Pour chaque formule satisfaisable, proposer un contexte exemple, et pour chaque formule non valide, proposer un contexte contre-exemple.

3. **Jeu fini encodé par une formule logique.** On joue au jeu du morpion dans le coin supérieur gauche du tableau (sur neuf cases), avec des triangles pour l'un des joueurs et des carrés pour l'autre. Écrire une formule logique qui renvoie vrai dès que l'un des joueurs a gagné, puis une formule logique qui renvoie vrai si le premier joueur a gagné.
4. **Réciproquement.** Écrire dans le langage de votre choix un programme qui se comporte comme l'applet précité.