

Feuille d'exercices n°2 — Limites

Exercice 1 - Étudier les limites suivantes:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^3+1}{x^2+1} \right).$$

Exercice 2 - On rappelle (ou l'on suppose connu) que $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$ quand x tend vers 0. Déterminer les limites suivantes:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}.$$

Exercice 3 - Déterminer les limites des fonctions données ci-dessous aux points indiqués.

1. $\sin(\arctan x)$ en $+\infty$.
2. $\cos(x^3)$ en $+\infty$.
3. $\frac{\sin(e^x)}{1+x^2}$ en $+\infty$.
4. $\frac{1}{x}$ en 0.
5. $x \sin x$ en $+\infty$.
6. $\frac{e^x-1}{x}$ en 0.
7. $\frac{e^x-x-1}{x^2}$ en 0.
8. $\frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$ en $+\infty$.
9. $e^{\frac{1}{x}}$ en 0, à droite et à gauche.
10. $\frac{2x^3-3x^2+1}{-4x^3+3x+1}$ en $+\infty$ puis en 1.
11. $(3x^4 - 2x^2)e^{-x}$ en $+\infty$.
12. $(3x^2 - 2x)e^{-\sqrt{x}}$ en $+\infty$.
13. $(3x^2 - 2x)e^{-2\ln x}$ en $+\infty$.
14. $\frac{2x+3}{3x^4+2} e^x$ en $+\infty$.
15. $\sqrt{x} \ln(x^2 + 2x)$ en 0 puis en $+\infty$.