

Plan sommaire du cours de géométrie algébrique 2013/2014

David Harari

PARTIE I : PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES SCHÉMAS ET MORPHISMES DE SCHÉMAS

1. Notions de base sur les schémas

Rappels sur les faisceaux. Faisceau sur $\text{Spec } A$, topologie de Zariski sur l'espace affine et sur une variété algébrique affine.

Schémas affines, exemples.

Espaces annelés, schémas, exemples de $\text{Proj } S$, de l'espace projectif, d'une variété projective.

2. Morphismes de schémas ; premières propriétés

Définition, premiers exemples.

Immersiones ouvertes et fermées.

Morphismes de type fini, morphismes finis.

Recollements, produits fibrés.

3. Quelques propriétés globales des schémas

Schémas irréductibles, intègres, noethériens.

Comportement par extension des scalaires.

4. Dimension

Définition, premiers exemples.
Cas des schémas de type fini sur un corps.
Dimension et morphismes.

5. Morphismes propres, séparés, projectifs

Définitions, critères valuatifs.
Notion de morphisme projectif.

6. Quelques propriétés locales des schémas

Schémas normaux, schémas réguliers.
Morphismes plats, morphismes étales.
Introduction à la lissité.

PARTIE II : FAISCEAUX DE MODULES ET COHOMOLOGIE

7. Premières propriétés des \mathcal{O}_X -modules

Définition, image directe et inverse.
Faisceaux quasi-cohérents, cohérents.
Faisceaux quasi-cohérents sur un schéma projectif.
Faisceau engendré par ses sections globales.
Faisceaux amples et très amples.

8. Cohomologie des faisceaux

Cohomologie d'un faisceau sur un espace topologique, cas d'un schéma.
Cas d'un schéma affine, critère de Serre.
Application aux \mathcal{O}_X -modules.

9. Quelques calculs explicites

Cohomologie de Čech.
Cohomologie de l'espace projectif.
Application aux faisceaux amples.

10. Diviseurs, courbes, théorème de Riemann-Roch

Diviseurs de Weil, diviseurs de Cartier, lien avec les faisceaux inversibles.

Faisceau des différentielles.

Dualité pour l'espace projectif.

Énoncé du théorème de dualité de Serre.

Théorème de Riemann-Roch, formule de Hurwitz.