

Plan sommaire du cours "Cohomologie galoisienne et théorie des nombres" (deuxième semestre 2011/2012)

David Harari

1. Cohomologie des groupes : généralités

Notion de G -module (=groupe abélien A muni d'une action d'un groupe G).
Définition des groupes de cohomologie $H^q(G, A)$ pour $q \in \mathbf{N}$. Exemples et premières propriétés. Modules induits et co-induits.

Calcul explicite via les cochaînes.

Suite exacte de restriction-inflation. Suite spectrale de Hochschild-Serre.

Corestriction.

2. Cohomologie des groupes finis

Groupes modifiés de Tate $\widehat{H}^q(G, A)$.

Cup-produits.

Cas d'un groupe G cyclique.

3. Cohomologie d'un groupe profini

Notions de base sur les groupes profinis.

Définition des groupes de cohomologie $H^q(\Gamma, A)$ quand Γ est un groupe profini et A un Γ -module discret. Exemples.

Extension des propriétés de la cohomologie des groupes finis aux groupes profinis.

Dimension cohomologique.

4. Premières notions de cohomologie galoisienne

Définition, premiers exemples.

Théorème de Hilbert 90.

Groupe de Brauer d'un corps.

Dimension cohomologique d'un corps, corps C_1 , corps de dimension cohomologique ≤ 1 .

5. Cohomologie d'un corps p -adique : théorèmes d'annulation et de finitude

Groupe de Brauer d'un corps local.

Dimension cohomologique d'un corps local.

Théorème de finitude.

6. Théorème de Tate-Nakayama, formations de classes

Modules cohomologiquement triviaux.

Le théorème de Tate-Nakayama pour la cohomologie d'un groupe fini.

Notion de formation de classes.

Le théorème de dualité pour une formation de classes.

7. Cohomologie d'un corps p -adique : dualité de Tate

Le théorème d'existence pour les corps p -adiques.

Le groupe de Galois abélien d'un corps p -adique.

Théorème de dualité et applications.

Cohomologie non ramifiée.

8. Corps de nombres : résultats préliminaires

Quelques résultats de la théorie du corps de classes global.

Application à la cohomologie du groupe des classes d'idèles.

9. Corps de nombres : dualité de Poitou-Tate

Le théorème de dualité.

La suite exacte à neuf termes.

Exemples et applications.