Existence et unicité de solutions pour le système de Navier-Stokes axisymétrique

par

Isabelle GALLAGHER [*]
Slim IBRAHIM [**]
Mohamed MAJDOUB [**]

Résumé. Nous étudions les équations de Navier-Stokes posées dans un domaine de $\mathbb{R}^3$ invariant par rotation autour de l'axe vertical, ou dans l'espace $\mathbb{R}^3$ entier ; nous cherchons des solutions invariantes par cette rotation, sous des conditions sur la donnée initiale proches des hypothèses naturelles en deux dimensions d'espace.

Abstract. We study the Navier-Stokes equations, written in a domain of $\mathbb{R}^3$ which is invariant under rotation around the vertical axis, or in the whole space $\mathbb{R}^3$; the solutions seeked are also invariant by that rotation, and we look for conditions on the initial data which are close to the natural assumptions in the case of two space dimensions.

Mots clés. Equations de Navier-Stokes, axisymétrie, espaces à poids.

Classification AMS. 35 Q 30, 42 B 25.

1. Introduction

Nous nous intéressons dans cet article aux équations de Navier-Stokes

$$
\text{(NS)} \qquad \begin{cases} \partial_t v - \nu \Delta v + v \cdot \nabla v = -\nabla p \ \text{ dans } \ \mathbb{R}^+_t \times \Omega \\ \operatorname{div} v = 0 \\ v|_{t=0} = v_0 \ \text{ avec } \ \operatorname{div} v_0 = 0 \,, \end{cases}
$$

où $\nu > 0$ représente la viscosité, Ω est un ouvert de $\mathbb{R}^3$, et où le champ de vecteurs $v : \mathbb{R}^+ \times \Omega \to \mathbb{R}^3$ et la fonction $p : \mathbb{R}^+ \times \Omega \to \mathbb{R}$ représentent respectivement la vitesse et la pression du fluide, inconnues du système. La seconde équation dans (NS) signifie que le fluide considéré est incompressible. Dans le cas où Ω est un domaine à bord, il convient de rajouter à (NS) des conditions aux limites de Dirichlet, homogènes.

---

[*] Département de Mathématiques, Bâtiment 425, Université de Paris-Sud, 91405 Orsay Cedex, France
[**] Faculté des Sciences de Bizerte, Département de Mathématiques, Zarzouna 7021, Bizerte, Tunisie