Some results on the Navier-Stokes equations in thin 3D domains

D. Iftimie
IRMAR
Université de Rennes 1
Campus de Beaulieu
35042 Rennes Cedex (France)
Email: iftimie@maths.univ-rennes1.fr

G. Raugel
UMR 8628
Mathématiques, Bât. 425
Université de Paris-Sud
91405 Orsay Cedex (France)
Email: Genevieve.Raugel@math.u-psud.fr

Résumé. — *Nous considérons les équations de Navier-Stokes sur des domaines minces $Q_\varepsilon = \Omega \times (0, \varepsilon)$ en dimension trois d'espace. Nous étudions surtout le cas où les solutions sont périodiques dans la direction mince et vérifient, soit des conditions périodiques dans toutes les directions, soit des conditions de Dirichlet homogènes sur le bord latéral. Nous démontrons l'existence globale et l'unicité de solutions pour des données initiales, qui sont plus grandes et moins régulières que dans les travaux antérieurs sur ce sujet. Les injections de Sobolev dans des espaces anisotropes de type L^p jouent un rôle primordial dans la démonstration de ces résultats. Comme dans [25], on peut choisir des données plus grandes dans le cas purement périodique, en exploitant la conservation de l'enstrophie. Nous donnons également un nouveau critère d'unicité pour les solutions faibles au sens de Leray.*

Abstract. — *We consider the Navier-Stokes equations on thin 3D domains $Q_\varepsilon = \Omega \times (0, \varepsilon)$, supplemented mainly with purely periodic boundary conditions or with periodic boundary conditions in the thin direction and homogeneous Dirichlet conditions on the lateral boundary. We prove global existence and uniqueness of solutions for initial data and forcing terms, which are larger and less regular than in previous works on thin domains. An important tool in the proofs are some Sobolev embeddings into anisotropic L^p-type spaces. As in [25], better results are proved in the purely periodic case, where the conservation of enstrophy property is used. We also give a new uniqueness criterium for weak Leray solutions.*

Keywords : Navier-Stokes equations, thin domain, global existence, Sobolev embedding.

AMS classification codes (1991) : Primary 35Q30, 76D05, 46E35; Secondary 35B65, 35K55.