The Cauchy problem for the fifth order KP equations

J.C. Saut and N. Tzvetkov

Analyse numérique et EDP, Université de Paris-Sud, Bât. 425,
91405 Orsay Cedex, France

Abstract

We study fifth order KP equations. In 2D the global well-posedness of the Cauchy problem in the energy space for the fifth order KP-I is obtained despite the "bad sign" in the algebraic relation related to the symbol (cf. (**??**) below). In the case of the fifth order KP-II, global solution with data in $L^2(\mathbf{R}^2)$ for the corresponding integral equation are obtained, removing the additional condition on the data imposed in [**?**]. The case of periodic boundary conditions is also considered. In 2D the local existence for data in Sobolev spaces below $L^2(\mathbf{T}^2)$ is obtained and in particular the global well-posedness for data in $L^2(\mathbf{T}^2)$. In 3D the local well-posedness for data in Sobolev spaces of low order is proven.

AMS subject classification: 35 Q 53, 35 Q 51, 35 A 07.

Résumé

On étudie les équations de KP d'ordre 5. En dimension 2, on montre que le problème de Cauchy est localement bien posé dans l'espace d'énergie pour l'équation de KP-I d'ordre 5, malgré le "mauvais signe" dans la relation algébrique liée au symbole (voir (**??**) ci-dessous). Pour l'équation de KP-II d'ordre 5, on obtient des solutions globales correspondant à des données initiales dans $L^2(\mathbf{R}^2)$ pour l'équation intégrale associée, sans la condition supplémentaire pour la donnée initiale imposée dans [**?**]. On considère aussi le cas des données initiales périodiques. En dimension 2, on montre que le problème de Cauchy pour l'équation de KP-II d'ordre 5 est localement bien posé pour des données initiales dans des espaces de Sobolev plus gros que $L^2(\mathbf{T}^2)$. En dimension 3, on établit le caractère localement bien posé du problème de Cauchy pour des données appartenant à des espaces de Sobolev d'ordre petit.

Code Matière AMS: 35 Q 53, 35 Q 51, 35 A 07.