# NURBS : exercices

Pierre Pansu

February 7, 2004

**Exercice 1** *Une* cônique *est une courbe plane définie par une équation du second degré (i.e. le lieu des zéros d'un polynôme en deux variables de degré total 2). Soit $C$ une cônique non vide et non dégénérée (i.e. non réduite à une ou 2 droites) et $P$ un point de $C$. En coupant $C$ par les droites passant par $P$, montrer que $C$ admet une paramétrisation rationnelle.*

**Exercice 2** *Soit $a$ un réel. Trouver des poids $w_0$, $w_1$ et $w_2$ de sorte que la courbe de Bézier rationnelle de degré 2 associée au polygone de contrôle $P_0 = (1,1)$, $P_1 = (0,1)$, $P_2 = (-1,1)$ et à ces poids soit le quart de cercle paramétré par*

$$t \mapsto c(\frac{t}{at+1-a}).$$

**Exercice 3** *Vérifier que la courbe B-spline rationnelle de degré 2 associée au polygone de contrôle $P_0 = (1,1)$, $P_1 = (0,1)$, $P_2 = (-1,1)$, $P_3 = (-1,0)$, $P_4 = (-1,-1)$, $P_5 = (0,-1)$, $P_6 = (1,-1)$, $P_7 = (1,0)$ et $P_{i+8} = P_i$, aux poids $w_{2j+1} = 1$, $w_{2j} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et au vecteur de noeuds $t_{2j} = t_{2j+1} = j$ est une paramétrisation périodique de période 4 du cercle unité.*

**Exercice 4** *On fixe $s \in \mathbf{R}$. Déterminer le point $P_1$ et les poids $w_0$, $w_1$, et $w_2$ de sorte que la courbe de Bézier rationnelle de degré 2 associée au polygone de contrôle $P_0 = (1,1)$, $w_0 =?$, $P_1 =?$, $w_1 =?$, $P_2 = (\frac{1-s^2}{1+s^2}, \frac{2s}{1+s^2})$, $w_2 =?$, soit le secteur circulaire paramétré par*

$$t \mapsto (\frac{1-s^2t^2}{1+s^2t^2}, \frac{2st}{1+s^2t^2}).$$

*Même question pour la paramétrisation du secteur opposé,*

$$t \mapsto (\frac{(2t-1)^2 - s^2t^2}{(2t-1)^2 + s^2t^2}, \frac{2st(2t-1)}{(2t-1)^2 + s^2t^2}).$$

**Exercice 5** *Montrer que toute courbe de Bézier rationnelle de degré 2 est contenue dans une cônique.*

**Exercice 6** *Sans changer de polygone de contrôle, peut on déformer la courbe de Bézier cubique de l'exercice 5 sur les B-splines en une courbe de Bezier cubique rationnelle $\gamma$ telle qu'en raccordant $\gamma$ à sa translatée de vecteur $(2,0)$, on obtienne une courbe de classe $G^2$ ?*