

Feuille d'exercices n° 4

Exercice 1

Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{cases} -x & +y & & = 3 \\ x & -y & -z & = -2 \\ x & -2y & +z & = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x & -4y & +2z & +3t & = -10 \\ x & -y & +2z & +t & = -1 \\ -2x & +3y & +z & +2t & = 0 \\ 2x & -2y & +3z & +t & = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x & +y & -z & = 1 \\ 2x & -y & +2z & = 5 \\ -x & -2y & +3z & = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x & +2y & -2z & = 1 \\ -x & & +3z & = 2 \\ 4x & +2y & +z & = 1 \end{cases}$$

Exercice 2

Résoudre les systèmes linéaires suivants, en prenant garde à discuter en fonction de la valeur du paramètre m :

$$\begin{cases} x & +my & = 0 \\ mx & +y & = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x & +my & +m^2z & = 1 \\ 2x & +y & +5z & = 5 \\ x & -y & +z & = 2 \end{cases}$$

Exercice 3

Discuter en fonction du paramètre réel t le système :

$$\begin{cases} y & +z & = tx \\ x & +z & = ty \\ x & +y & = tz \end{cases}$$

Exercice 4

Déterminer les polynômes P de degré inférieur à trois satisfaisant les conditions :

- (i) $P(1) = 2$, $P(3) = P(2)$, $P'(2) = 1$, $P'(3) = -1$;
- (ii) $P(1) = -1$, $P(2) = -1$, $P(3) = 1$, $P(4) = 5$;
- (iii) $\int_1^2 (x^4 + P(x))x^m dx = 0$ pour $m = 0, 1, 2, 3$. (on trouvera avantage à calculer d'abord $\int_1^2 x^n dx$ pour tout entier positif n).

Exercice 5

Déterminer l'unique solution de l'équation différentielle homogène $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$ (on remarquera une racine évidente de l'équation caractéristique...), satisfaisant les conditions initiales : $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = 6$.

Exercice 6

Reprendre les systèmes de l'exercice 1, mais en remplaçant cette fois les membres de droite par des inconnues a, b, c , ou a, b, c, d . Que remarque-t-on ?