CONTROLE 3, MATH S2 IFIPS 2006-2007, 07.05.2007

Durée 1h 30. Documents interdits, calculatrices interdites.

Question de cours: Soit E un espace vectoriel, E_1, E_2 sous-espaces vectoriels de E. Soit $\mathcal{B}_1$ une base de E_1 et $\mathcal{B}_2$ une base de E_2.

a) Donner (sans démonstration) la formule qui relie les dimensions de E_1, E_2, $E_1 + E_2$ et $E_1 \cap E_2$.

b) La famille $\mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2$ est-elle génératrice de $E_1 + E_2$? libre dans $E_1 + E_2$? Motiver la réponse.

c) A quelle condition sur E_1, E_2, la famille $\mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2$ est une base de $E_1 + E_2$?

Exercice 1:

Soit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Calculer la matrice inverse de A.

Exercice 2: Résoudre, selon la valeur du paramètre a, le système linéaire suivant:

$$\begin{cases} x + y + (1-a)z & = & a+2 \\ (1+a)x - y + 2z & = & 0 \\ 2x - ay + 3z & = & a+2 \end{cases}$$

Exercice 3:

Vérifier que la famille

$$\{v_1 = (1, 0, 0, -1); v_2 = (0, 1, 2, 1); v_3 = (0, 1, 1, 0); v_4 = (0, 0, 1, 0)\}$$

est une base de $\mathbf{R}^4$. Calculer les coordonnées des vecteurs de la base canonique e_i $(i = 1, 2, 3, 4)$, puis d'un vecteur quelconque (a, b, c, d) dans cette base $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

(Cet exercice peut se faire avec assez peu de calcul! Il est donc recommandé de privilégier la reflection.)

Barême possible: 4,4,6,6.