

Mathématiques

Devoir numéro 1 A rendre la semaine du 20 février 2006

Exercice 1 Dessiner les domaines du plan \mathbf{R}^2 définis par

$$\mathcal{D}_1 = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \sqrt{x_1} \leq 1\},$$

$$\mathcal{D}_2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x_1 \leq 1 \text{ et } x_1^2 \leq x_2 \leq \sqrt{x_1}\}.$$

Calculer l'aire de \mathcal{D}_1 et en déduire celle de \mathcal{D}_2 .

Exercice 2 Calculer $\iint_D \frac{\sin(x_1^2 + x_2^2)}{2 + \cos(x_1^2 + x_2^2)} dx_1 dx_2$, où

$$D = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \text{ et } x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}.$$

Exercice 3 Soit D le domaine du plan \mathbf{R}^2 défini par:

$$D = \{(x_1, x_2) \mid x_2 \leq 4x_1, x_2 \geq x_1^2, x_2 \leq \frac{1}{x_1}\}.$$

Dessiner le domaine D et calculer son aire.

Exercice 4 Calculer $I_2 = \iint_D (x_1^2 + x_2^2) dx_1 dx_2$ où

$$D = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 < x_1, x_1^2 + x_2^2 > x_2\}.$$

Exercice 5 Soit $R > 0$. Calculer le volume du domaine de \mathbf{R}^3 défini par:

$$D = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4R^2, x_1^2 + x_2^2 \leq R^2\}.$$