

Mathématiques

Devoir numéro 2

A rendre aux enseignants de TD la semaine du 10 mars.

Exercice 1 Étudiez les problèmes de raccordement suivants:

1. $(1+x)y' + y = (1+x)\sin x$,

2. $2x(1-x)y' + (1-2x)y = 1$.

Exercice 2 Résoudre dans \mathbb{R} les équations différentielles suivantes:

1. $y'' + 4y' + 5y = 7\cos x + 8\sin x$,

2. $y'' + n^2y = a\sin(nt + \alpha)$, $a, \alpha \in \mathbb{R}$, $y(0) = y'(0) = 0$.

Exercice 3 Considérons le système s'équations différentielles

$$(S) : \begin{cases} x'' + y' + x' + x = (t+1)^2 + 2, \\ y'' - y' - x' - x = -(t+1)^2. \end{cases}$$

1. Par des manipulations élémentaires (addition, intégration), décrivez $x(t) + y(t)$ en fonction de t .
2. En déduire une équation différentielle du second ordre vérifiée par x .
3. Trouvez la famille de courbes $(x(t), y(t))$ qui vérifient le système (S) avec conditions initiales $x(0) = x'(0) = 0$, $x''(0) = 2$.