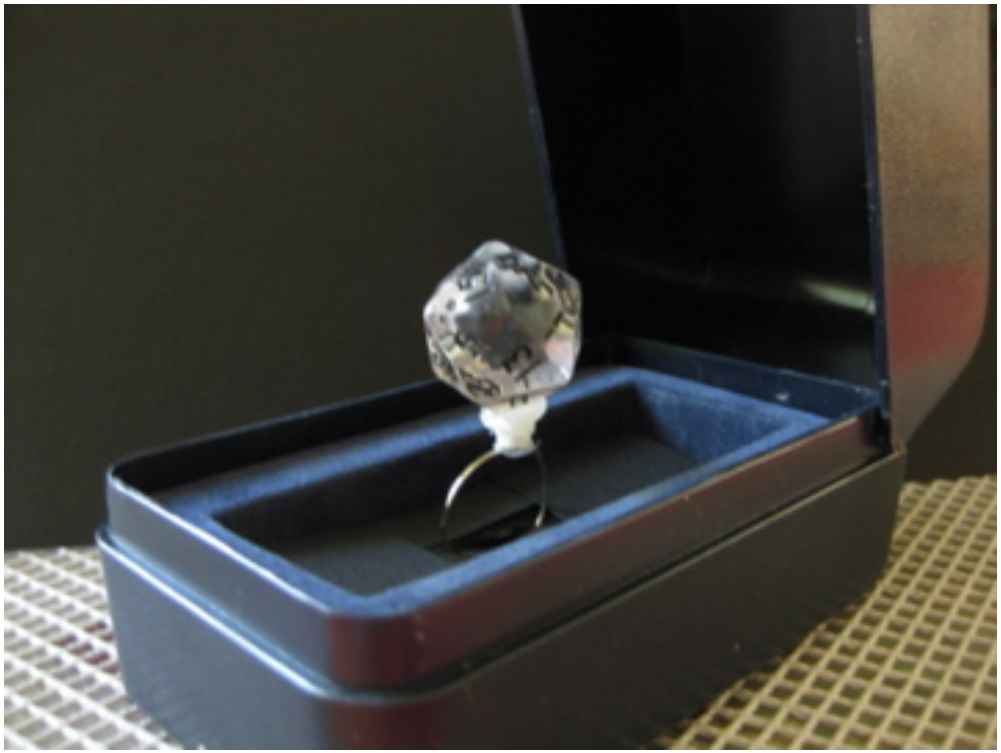
Les diamants sont ils éternels ?

Brigitte et Pierre Pansu, Université Paris-Sud

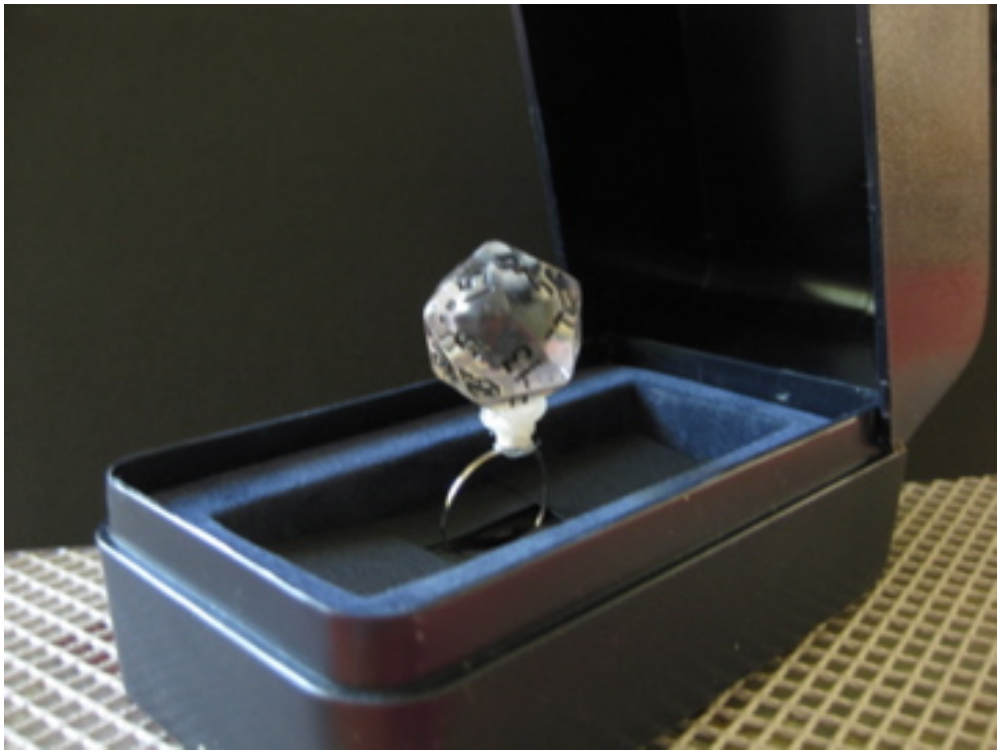
25 mai 2014

HARRY SALTZMAN et ALBERT R. BROCCOLI présentent
Sean Connery
dans le rôle de
James Bond 007
tiré de l'œuvre de IAN FLEMING
Les diamants sont-ils Eternels?
JILL ST-JOHN · CHARLES GRAY
LES ARTISTES ASSOCIES

Un beau cadeau de fête des mères

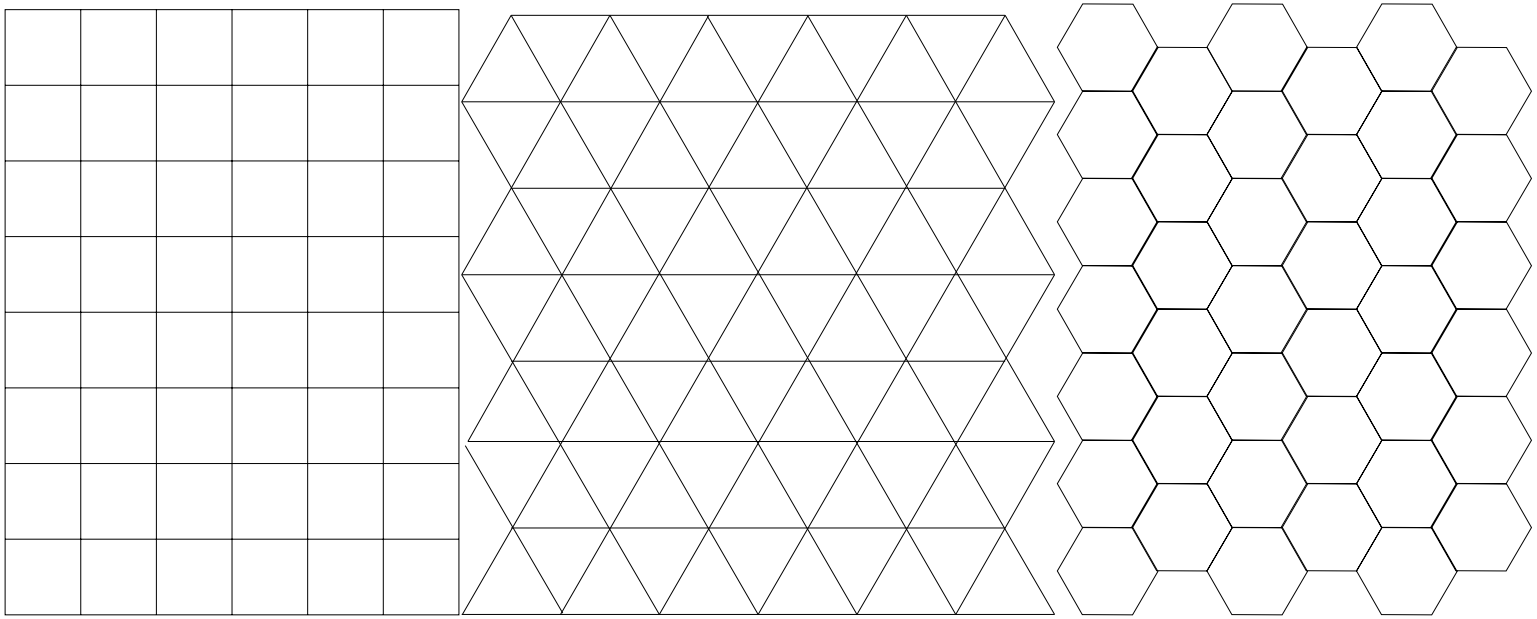


Un beau cadeau de fête des mères

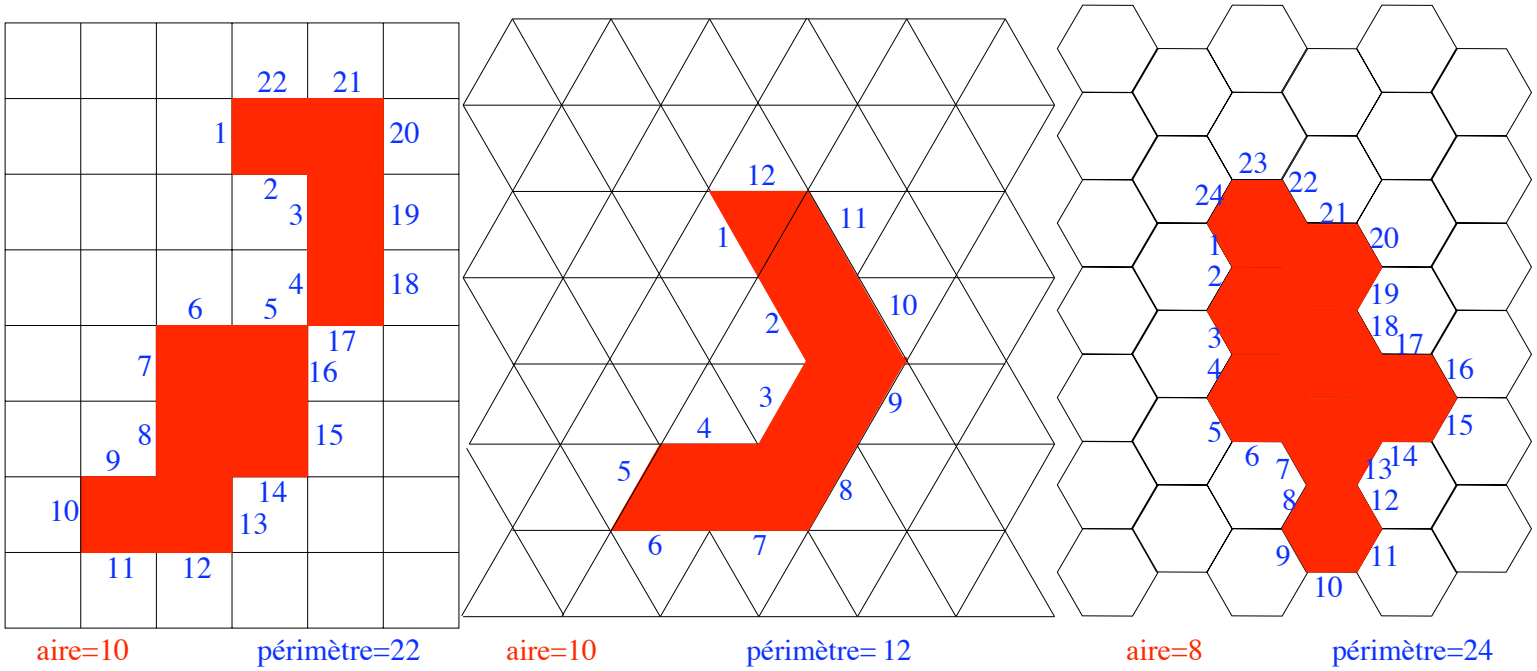


Pourquoi les cristaux ont ils des facettes ?

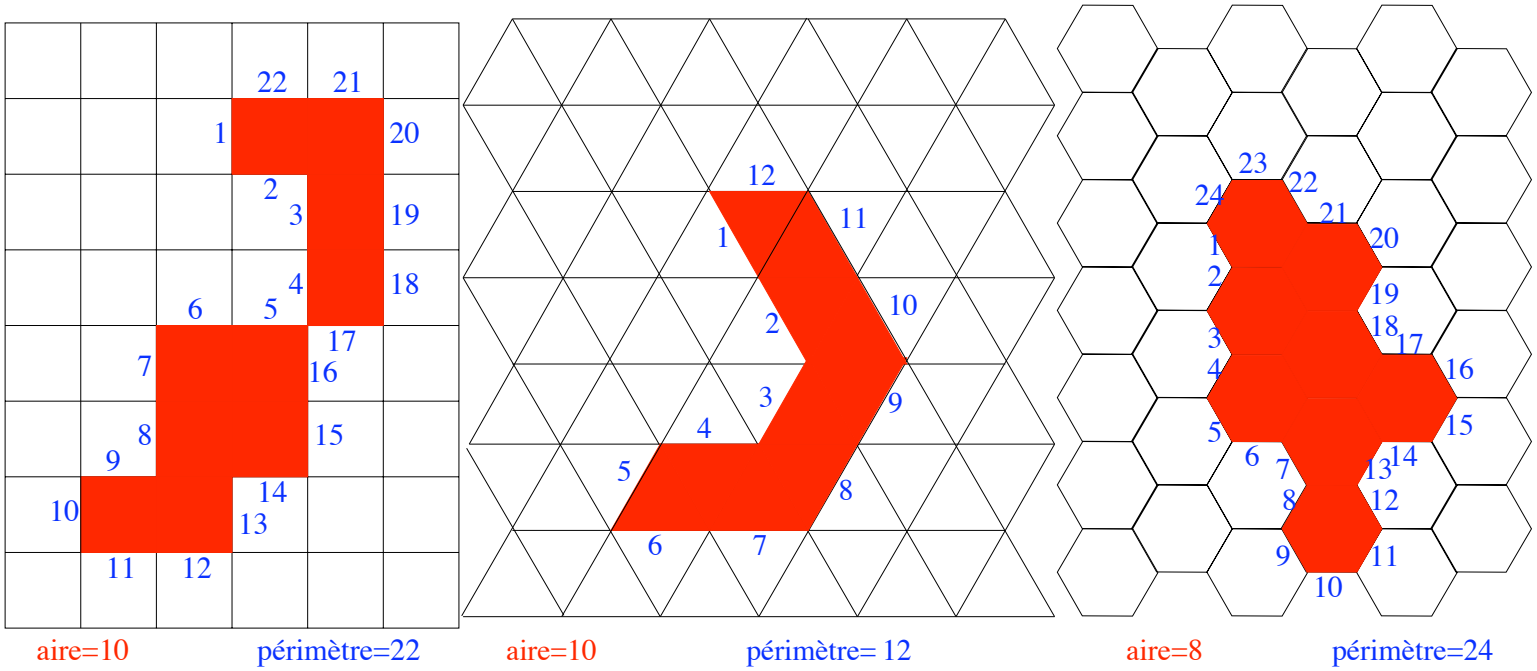
Sur un plateau de jeu, on constitue une forme en disposant A pièces. Le *périmètre* de la forme est le nombre d'arêtes externes, i.e. qui ne sont pas situées entre deux pièces. On appelle A l'*aire* de la forme.



Sur un plateau de jeu, on constitue une forme en disposant A pièces. Le *périmètre* de la forme est le nombre d'arêtes externes, i.e. qui ne sont pas situées entre deux pièces. On appelle A l'*aire* de la forme.

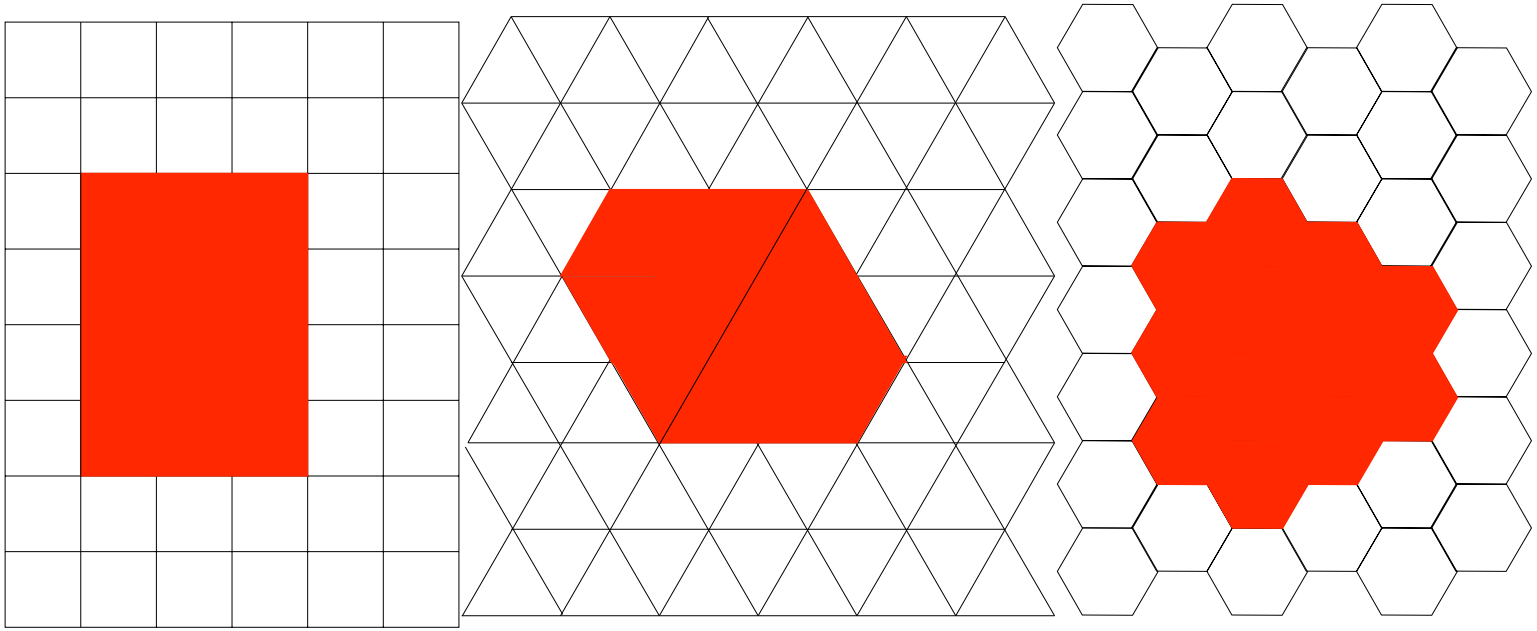


Sur un plateau de jeu, on constitue une forme en disposant A pièces. Le *périmètre* de la forme est le nombre d'arêtes externes, i.e. qui ne sont pas situées entre deux pièces. On appelle A l'*aire* de la forme.



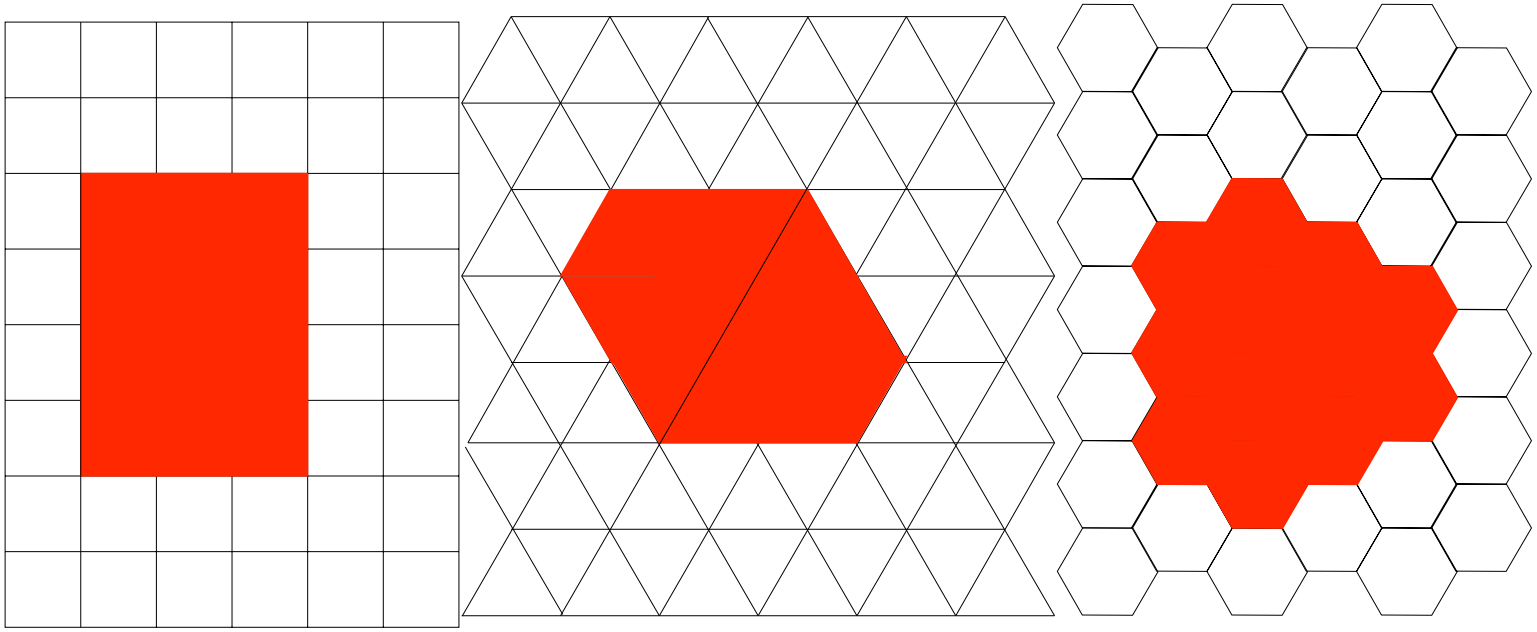
But du jeu : trouver la forme qui, à aire donnée, minimise le périmètre.

Voici des exemples de solutions des jeux isopérimétriques.

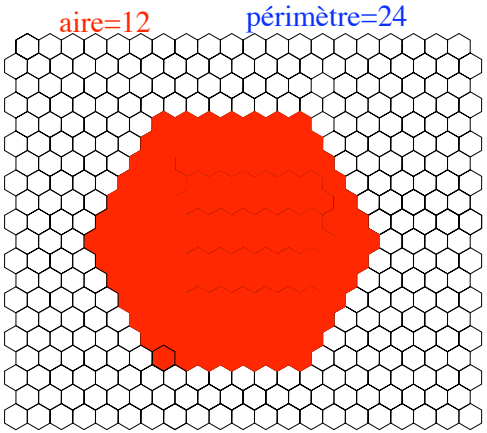


aire=12 périmètre=14 aire=16 périmètre=10 aire=12 périmètre=24

Voici des exemples de solutions des jeux isopérimétriques.



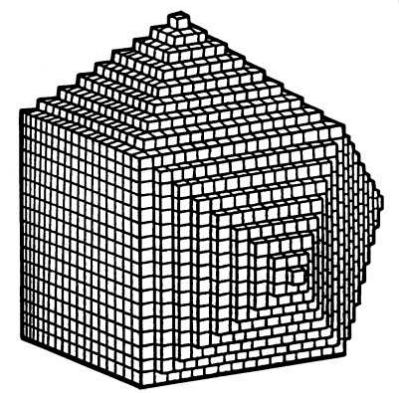
aire=12 périmètre=14 aire=16 périmètre=10



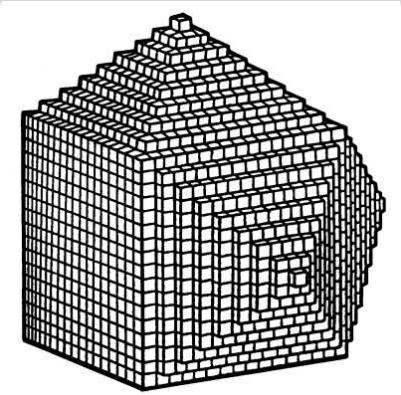
aire=12 périmètre=24

Pour des aires plus grandes, les formes deviennent approximativement carrées (dans le cas du damier), et hexagonales (plateaux à triangles et à hexagones).

Ca marche aussi pour des jeux similaires en 3 dimensions.

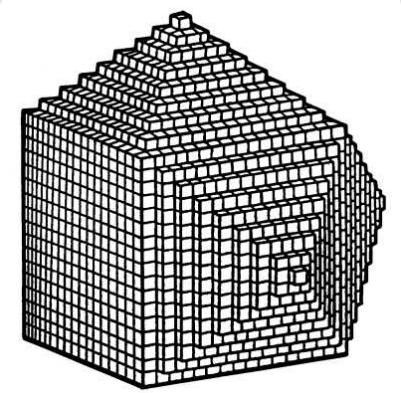


Ca marche aussi pour des jeux similaires en 3 dimensions.



Objection : avec des pièces rondes, la forme optimale serait un rond ?

Ca marche aussi pour des jeux similaires en 3 dimensions.



Objection : avec des pièces rondes, la forme optimale serait un rond ?

Non ! C'est la position des centres des pièces qui compte.

Avant les cristaux, les gouttes et les bulles. Pour C. F. Gauss (1830), en l'absence de gravité, l'énergie d'une goutte est proportionnelle à l'aire de la surface.

Avant les cristaux, les gouttes et les bulles. Pour C. F. Gauss (1830), en l'absence de gravité, l'énergie d'une goutte est proportionnelle à l'aire de la surface. D'où la forme sphérique des gouttes en apesanteur :

En 1885, Pierre Curie énonce un principe qui unifie gouttes et cristaux.

En 1885, Pierre Curie énonce un principe qui unifie gouttes et cristaux.

Dans un cristal, toutes les directions n'ont pas le même coût en énergie : la **tension superficielle** dépend de la direction.

En 1885, Pierre Curie énonce un principe qui unifie gouttes et cristaux.

Dans un cristal, toutes les directions n'ont pas le même coût en énergie : la **tension superficielle** dépend de la direction.

Cela suffit pour favoriser l'apparition de facettes.

Exemple (Curie, 1885)

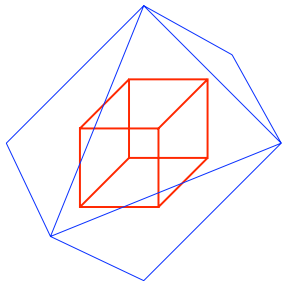
Supposons que le matériau favorise deux types de facettes, parallèles à celles d'un cube (resp. à celles d'un octaèdre), avec tensions superficielles A et B. Alors la forme d'équilibre dépend du rapport A/B.

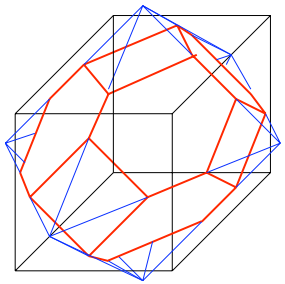
- si $A/B \leq 1/\sqrt{3}$, le polyèdre optimal est un cube ;
- si $1/\sqrt{3} < A/B < \sqrt{3}$, le polyèdre optimal est un cuboctaèdre ;
- si $A/B \geq \sqrt{3}$, le polyèdre optimal est un octaèdre.

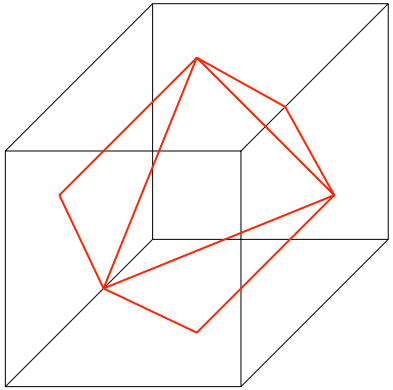
Exemple (Curie, 1885)

Supposons que le matériau favorise deux types de facettes, parallèles à celles d'un cube (resp. à celles d'un octaèdre), avec tensions superficielles A et B. Alors la forme d'équilibre dépend du rapport A/B.

- si $A/B \leq 1/\sqrt{3}$, le polyèdre optimal est un cube ;
- si $1/\sqrt{3} < A/B < \sqrt{3}$, le polyèdre optimal est un cuboctaèdre ;
- si $A/B \geq \sqrt{3}$, le polyèdre optimal est un octaèdre.

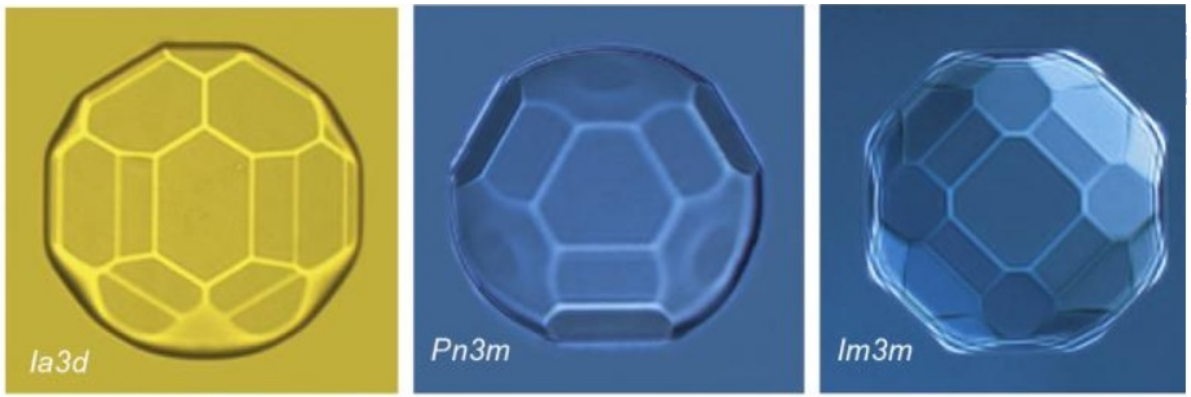




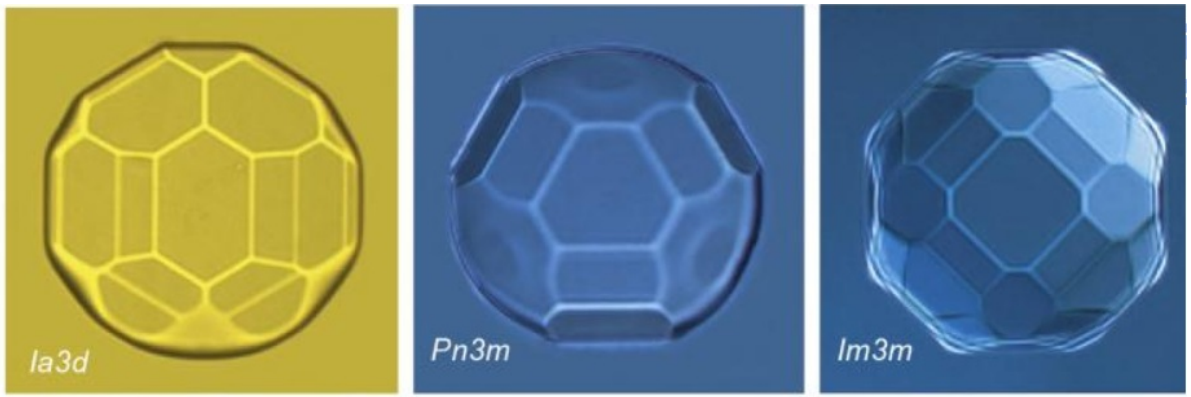


Les facettes, c'est donc seulement pour les solides ?

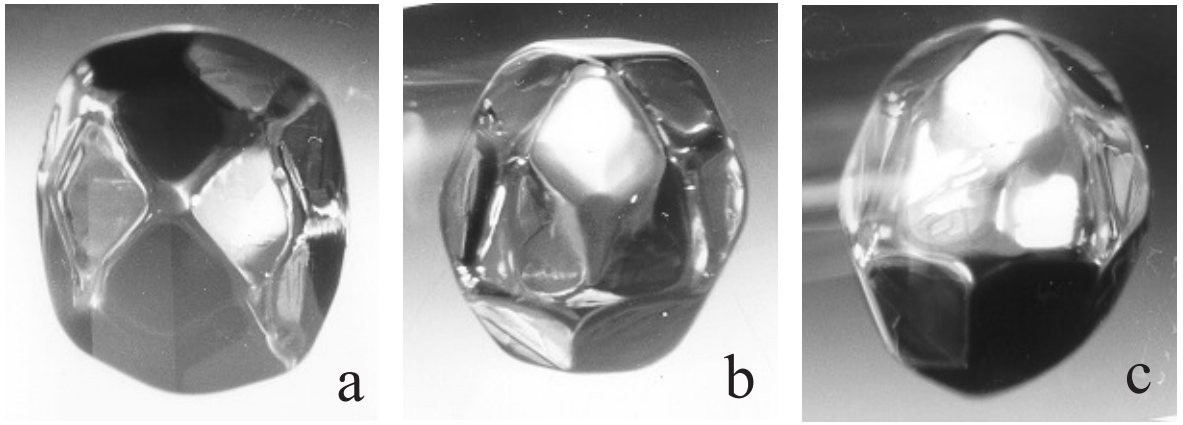
Les facettes, c'est donc seulement pour les solides ?
Non ! Voilà des cristaux liquides *(P. Pieranski)* :



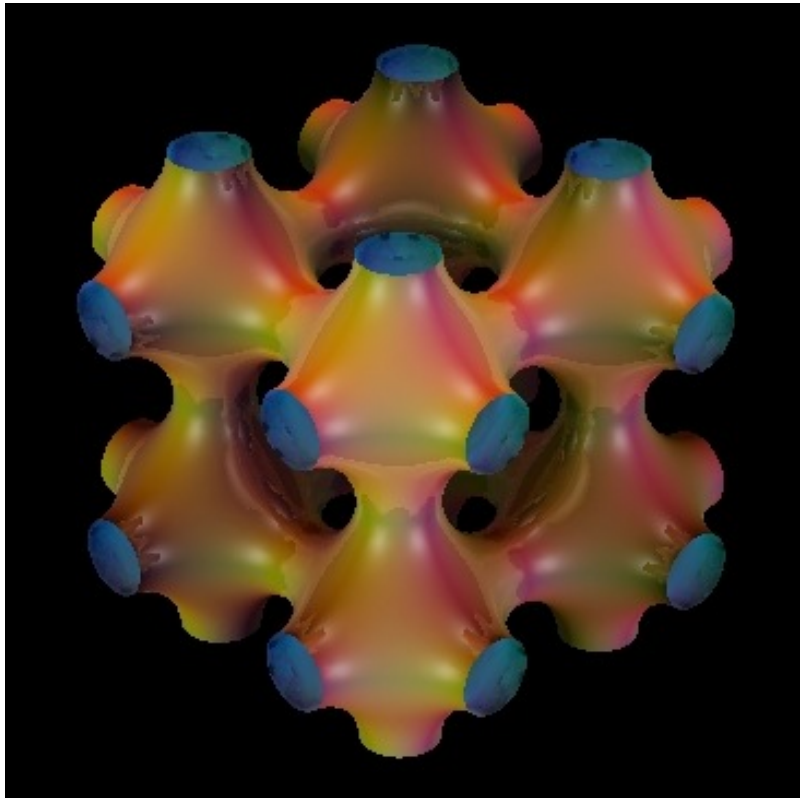
Les facettes, c'est donc seulement pour les solides ?
Non ! Voilà des cristaux liquides *(P. Pieranski)* :



Encore plus fort, des bulles d'air dans de l'eau savonneuse *(P. Sotta)* :



Dans ces liquides, il y aurait des empilements de micelles sphériques, ou des interfaces périodiques plus compliquées, comme celle-là :



La restriction cristallographique *(Hauÿ, 1822)*. En dimensions 2 et 3, si un arrangement périodique de points est conservé par une rotation ou un vissage, l'angle de rotation est nécessairement un multiple de 60^0 ou de 90^0.

La restriction cristallographique *(Hauÿ, 1822)*. En dimensions 2 et 3, si un arrangement périodique de points est conservé par une rotation ou un vissage, l'angle de rotation est nécessairement un multiple de 60^0 ou de 90^0.

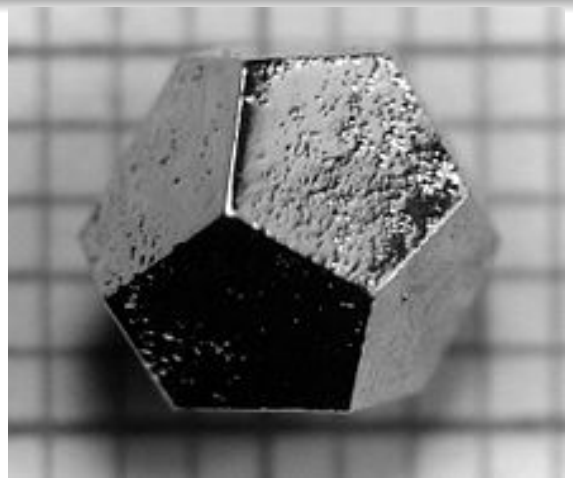
Alors pas de cristaux en forme d'icosaèdre.

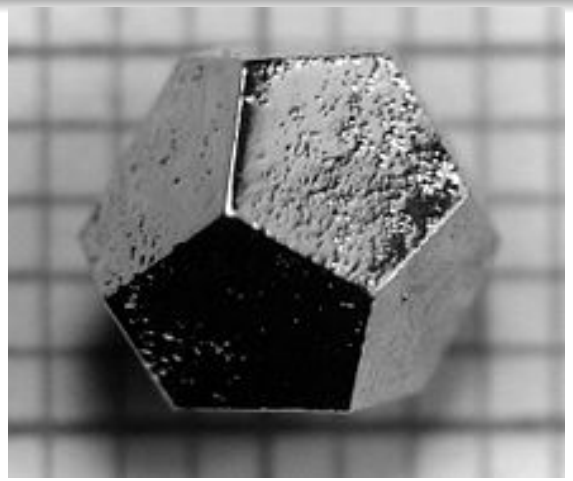
La restriction cristallographique *(Hauÿ, 1822)*. En dimensions 2 et 3, si un arrangement périodique de points est conservé par une rotation ou un vissage, l'angle de rotation est nécessairement un multiple de 60^0 ou de 90^0.

Alors pas de cristaux en forme d'icosaèdre.

Ni de dodécaèdre.

Si *(P. Canfield)* !



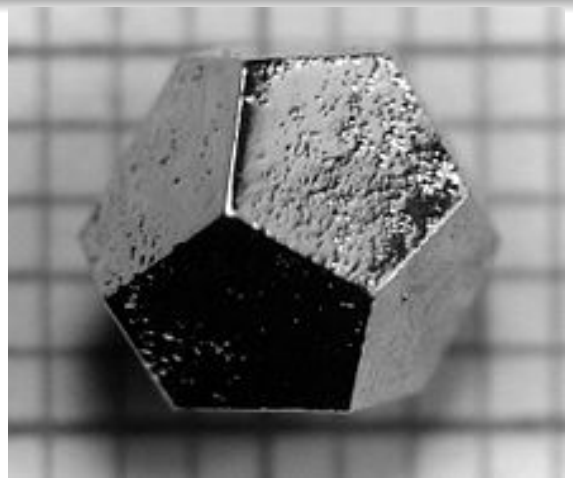


Si *(P. Canfield)* !

Il s'agit d'un **quasicristal**.

Et en forme d'icosaèdre ?

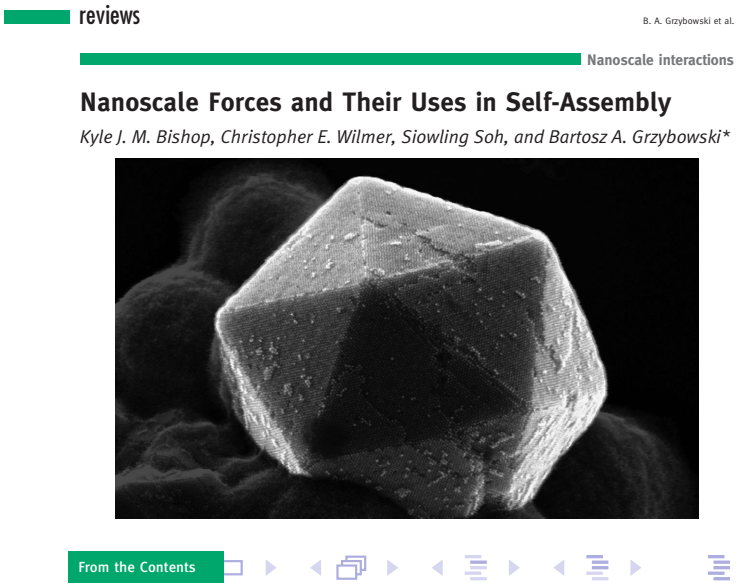
Si *(P. Canfield)* !



Il s'agit d'un **quasicristal**.

Et en forme d'icosaèdre ?

Aussi *(Bishop, Small 2009)* !


reviews

B. A. Grzybowski et al.

Nanoscale interactions

Nanoscale Forces and Their Uses in Self-Assembly

*Kyle J. M. Bishop, Christopher E. Wilmer, Siowling Soh, and Bartosz A. Grzybowski**

From the Contents