

UNIVERSITÉ PARIS XI – ORSAY

M2 – MATHÉMATIQUES PURES : ANALYSE, ARITHMÉTIQUE ET GÉOMÉTRIE

GROUPE DE TRAVAIL :
THÉORIE DES MODÈLES
ET APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES ET DIOPHANTIENNES

Jean-Benoît Bost et Elisabeth Bouscaren

Ce groupe de travail se tiendra au second semestre de l'année académique 2006-2007. Il s'adressera en priorité aux étudiants de M2 et aux doctorants.

Horaires : le jeudi matin de 10h à 13h00, Université d'Orsay, Bâtiment 425, salle 113-115, à partir du **8 Mars** 2007.

Réunion de présentation et d'organisation : le jeudi **8 Février** 2007, de 10h30 à 12h, Université d'Orsay, Bâtiment 425, salle 113-115.

La théorie des modèles est une branche de la logique mathématique qui entretient des liens étroits avec l'algèbre et la géométrie et a connu récemment des applications spectaculaires dans ces domaines.

L'objectif scientifique du groupe de travail est double. D'une part, apporter aux participants une familiarité raisonnable avec les bases de la théorie des modèles, d'un point de vue moderne, au niveau du manuel d'introduction de D. Marker [Mar02] ou des notes des cours de B. Zilber à Oxford [Zilb],[Zila], de Z. Chatzidakis à Paris [Cha] ou de D. Kazhdan à Jérusalem [Kaz]. D'autre part, aborder des applications à l'algèbre et à la géométrie, allant des plus classiques — comme la version asymptotique de la conjecture d'Artin, obtenue par théorèmes de transferts (Ax et Kochen 1965-66) — aux plus récentes, telles les énoncés de géométrie diophantienne établis par l'analyse des ensembles définissables de dimension finie (Hrushovski 94), ou les résultats d'uniformité sur les sous-groupes finiment engendrés de $GL_n(\mathbb{F}_p)$ ([HP95]). Dans cette seconde partie, on pourra s'appuyer sur les expositions disponibles dans [MMP96], [Bou98], [HPS00] et [Sca01]. En fonction des participants, on pourra également s'intéresser aux applications aux groupes géométriques (limites de groupes, cônes asymptotiques, propriétés des groupes libres...).

Les cinq premières séances seront consacrées à une introduction à la théorie des modèles, illustrée par des applications classiques. Les exposés seront alors donnés par les organisateurs, E. Bouscaren et J.-B. Bost. Ensuite le groupe de travail fonctionnera comme un "groupe de lecture" ou un "Oberseminar" allemand, où les participants donneront eux-mêmes les exposés, qu'ils auront préparés avec l'aide des organisateurs. Le programme précis des exposés de cette seconde partie dépendra des participants et de leurs intérêts mathématiques.

Lors de la **réunion du 8 février**, après une présentation informelle du groupe de travail, sera proposée une première liste de sujets d'exposés pour la seconde partie.

Aucune connaissance préliminaire de logique mathématique ne sera requise des participants au groupe de travail. Quelques notions de géométrie algébrique, notamment une certaine familiarité avec les bases de la théorie des groupes algébriques, pourront être utiles au cours de la seconde partie.

Une participation active au groupe de travail (comprenant notamment la préparation et la rédaction d'un exposé) sera prise en compte dans l'attribution de "crédits" aux étudiants de M2 — à savoir 7,5 points ECTS.

Références

- [Bou98] E. Bouscaren, editor. *Model theory and algebraic geometry. An introduction to E. Hrushovski's proof of the geometric Mordell-Lang conjecture*, volume 1696 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [Cha] Z. Chatzidakis. Cours de troisième cycle 2000–2001. *Théorie des modèles : les outils classiques*. Disponible à <http://www.logique.jussieu.fr/~zoe/index.html>.
- [HP95] E. Hrushovski and A. Pillay. Definable subgroups of finite groups over finite fields. *J. Reine Angew. Math.*, 462 :69–91, 1995.
- [HPS00] D. Haskell, A. Pillay, and C. Steinhorn, editors. *Model theory, algebra, and geometry*, volume 39 of *Mathematical Sciences Research Institute Publications*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [Kaz] D. Kazhdan. *Lecture Notes in Motivic Integration*, january 2006. Disponible à <http://www.ma.huji.ac.il/~kazhdan/>.
- [Mar02] D. Marker. *Model theory : An introduction*, volume 217 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [MMP96] D. Marker, M. Messmer, and A. Pillay. *Model theory of fields*, volume 5 of *Lecture Notes in Logic*. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [Sca01] T. Scanlon. Diophantine geometry from model theory. *Bulletin of Symbolic Logic*, 7 :37–57, March 2001.
- [Zila] B. Zilber. Elements of Geometric Stability Theory. May 2003. Disponible à <http://www.maths.ox.ac.uk/~zilber/est.ps>.
- [Zilb] B. Zilber. Oxford Model Theory Course. Disponible à <http://www.maths.ox.ac.uk/~zilber/lect.ps>.